

UNIVERSITE DE GENEVE
Institut de physique
de la matière condensée

FACULTE DES SCIENCES
Professeur G.J. Béné

EVOLUTION DE L'ETAT EXCITE $5\ ^3P_1$ DU CADMIUM
SOUS L'ACTION D'UN CHAMP MAGNETIQUE
QUASI STATIQUE, ET D'UN CHAMP ELECTRIQUE
OSCILLANT OU D'UN FAISCEAU LASER MODULE.

T H E S E

PRESENTÉE A LA FACULTE DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITE DE GENEVE
POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

André FAIST

de

Montreux (Vd)

THESE N° 1537

GENEVE
Ecole de Physique
1970

UNIVERSITE DE GENEVE
Institut de physique
de la matière condensée

FACULTE DES SCIENCES
Professeur G.J. Béné

EVOLUTION DE L'ETAT EXCITE 5^3P_1 DU CADMIUM
SOUS L'ACTION D'UN CHAMP MAGNETIQUE
QUASI STATIQUE, ET D'UN CHAMP ELECTRIQUE
OSCILLANT OU D'UN FAISCEAU LASER MODULE.

T H E S E

PRESENTÉE A LA FACULTE DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITE DE GENEVE
POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

André FAIST

de

Montreux (Vd)

THESE N° 1537

GENEVE

Ecole de Physique

1970

La faculté des sciences, sur le préavis du professeur G. BENE, directeur de thèse, et d'une commission composée de Monsieur E. GENEUX et de Monsieur C. PIRON, autorise l'impression de la présente thèse, sans exprimer d'opinion sur les propositions qui y sont énoncées.

GENEVE, le 15 juillet 1970

Le doyen
Marc VUAGNAT

Thèse No 1537



Remerciements.

Ce travail a été effectué au Département de Physique de la Matière Condensée de l'Université de Genève. Qu'il me soit permis de remercier ici leurs directeurs, Monsieur le Professeur M. Peter et Monsieur le Professeur J. Muller qui, par leur accueil compréhensif, m'ont permis de mener à bien ce travail.

Monsieur le Professeur G.J. Béné s'est beaucoup intéressé à mon travail dès le début et en a assumé la responsabilité dès le départ de M. Geneux, directeur de thèse. Je le remercie vivement pour sa bienveillance à mon égard et pour sa constante disponibilité qui me furent précieuses.

Je remercie également Monsieur le Professeur C. Piron, à qui je dois beaucoup d'éclaircissements théoriques, d'avoir accepté de faire partie du jury.

C'est dans le groupe de recherche de Monsieur E. Geneux, Privat Docent de l'Université de Genève, que j'ai fait mes premières armes en physique et c'est sous son amicale direction que ce travail a pris naissance. Monsieur Geneux a assumé la direction de mon travail avant son départ et il a bien voulu, bien qu'absent de Genève depuis 1968 continuer à s'intéresser activement à mes recherches et m'a permis en particulier, d'utiliser des mesures inédites effectuées par lui-même en été 1968. Qu'il trouve ici l'expression de ma vive gratitude.

Monsieur le Professeur Series a bien voulu s'intéresser à la genèse de la partie théorique de ce travail. Ses remarques pertinentes et précises me furent d'un grand secours. Qu'il trouve ici l'expression de mes sincères remerciements.

Je suis reconnaissant à la Société Genevoise des Instruments de Physique et à l'Université de Berne pour leur précieuse collaboration technique dans le domaine des lasers.

Je devrais citer tous les collaborateurs, tant scientifiques que techniques de l'Ecole de Physique qui, par leur disponibilité, leur excellent esprit de camaraderie et

leur constante gentillesse, m'ont non seulement facilité la tâche, mais rendu possible l'accomplissement de ce travail dans le court laps de temps qui m'était fixé. Qu'ils trouvent tous ici (et ils sont nombreux) l'expression de ma profonde reconnaissance. Je me permettrai de remercier particulièrement Monsieur Crettenand et Monsieur Cartoni pour leur collaboration.

Ma femme m'a non seulement encouragé et soutenu efficacement pendant ces années de travail intensif mais elle a encore poussé le dévouement jusqu'à effectuer l'ingrat travail de dactylographie de cette thèse. Je l'en remercie de tout coeur.

Cette recherche a bénéficié de l'appui financier du Fonds National pour la Recherche Scientifique.

A ma mère

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	p. 1
PREMIERE PARTIE	
<u>Superposition d'un champ magnétique quasi statique et d'un champ électrique statique ou oscillant basse fréq.</u>	
1.1. Montage expérimental	3
1.2. L'atome de Cd	
1.3. L'atome de Cd en présence de champs magnétique et électrique statiques perpendiculaires l'un à l'autre.	5
1.4. Superposition d'un champ magnétique quasi statique et d'un champ électrique oscillant perpendiculaires l'un à l'autre	9
1.4.1. Etude qualitative	11
1.4.2. Etude quantitative	14
1.4.3. Observation des anticroisements en champ magnétique nul et non nul	25
1.4.4. Vérification expérimentale	28
1.4.5. Appendice mathématique	29
1.5. Création d'orientation par action d'un champ électrique sur une vapeur alignée	37
1.5.1. Définitions, propriétés essentielles	
1.5.2. Création d'orientation en champ électrique et magnétique perpendiculaires l'un à l'autre	39
1.5.3. "Création" d'alignement par action d'un champ électrique sur une vapeur orientée	41
1.5.4. Effet Hanle en "excitation incohérente" en présence d'un champ électrique	42



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545925_0025

SECONDE PARTIE

<u>Superposition d'un champ magnétique quasi statique et d'une onde polarisée</u>	50
2.1. L'onde laser	
2.2. L'atome excité en présence d'un champ magnétique quasi statique et d'une onde laser	51
2.3. Montage expérimental	59
2.4. Analyse des grandeurs caractéristiques du montage expérimental	62
CONCLUSION	66
Bibliographie	67

I N T R O D U C T I O N

L'effet Zeeman a été, depuis sa découverte en 1896, (Z^{-1}) un précieux instrument de travail pour les spectroscopistes tant pour la détermination du facteur de Landé que pour l'étude de la structure fine ou hyperfine. A la notion élémentaire de population des sous-niveaux Zeeman est venue s'ajouter, depuis la découverte en 1924 par Hanle (H^{-1}) de l'effet de dépolarisation magnétique, la notion plus abstraite de superposition cohérente d'états par opposition à celle de mélange d'états (B^{-1}).

Ces expériences fondamentales ont été le point de départ d'un immense travail tant théorique que pratique.

L'effet Stark (S^{-1}) est d'une mise en oeuvre beaucoup plus délicate que l'effet Zeeman et ne permet pas, à cause de la symétrie du champ E, de lever complètement la dégénérescence des sous-niveaux. Pour ces raisons (et peut-être aussi parce qu'il ne possède pas d'image classique) son application à la spectroscopie est demeurée fort restreinte jusqu'à ces dernières années.

Il était tentant d'appliquer simultanément des champs électriques et magnétiques sur un atome dans le but d'élaborer de nouvelles méthodes de mesure et de chercher des effets nouveaux. Ceci a été réalisé avec succès dans différents laboratoires et en particulier à l'Institut de Physique de Genève, sous la direction de M. E. Genoux, Privat Docent de l'Université de Genève. (Voir aussi les travaux de M. Lombardi à Grenoble (L^{-1} à 4) et de E.B. Aleksandrov (A^{-1})).

Devant l'abondante moisson de résultats obtenus dans ce nouveau domaine, il nous a paru intéressant de présenter une théorie qui regroupe la plus grande partie de ces travaux

sous une forme condensée. Ceci a été possible par l'adoption du formalisme de l'atome habillé, introduit avec le succès que l'on sait par C. Cohen-Tannoudji ($C-3, C-5, P-1$).

Dans une deuxième partie, nous analyserons théoriquement et pratiquement les possibilités d'utilisation du laser en tant que source du champ électrique perturbateur. De nouvelles expériences sont proposées et nous permettent d'affirmer qu'un nouveau champ d'investigation s'ouvre dans cette direction.

P R E M I E R E P A R T I E

Superposition d'un champ magnétique quasi statique et d'un champ électrique statique ou oscillant basse fréquence.

1.1. Montage expérimental.

Le dispositif imaginé par C. Rieben et E. Geneux a été utilisé sous la direction de ce dernier par toute une lignée de diplômants. H. Cottet (^{C-6}) 1964, J.J. Forney (^{F-1}) 1965, R. Benz (^{B-2}, ^{G-2}) 1968 et M. Droz (^{D-1}) 1968. Il a été décrit en détails par ceux-ci. Rappelons-en brièvement le principe:

Entre les plaques d'un condensateur (distance entre les plaques 3 à 5 mm) placé dans une enceinte évacuée (10^{-5} mm de Hg) peut être établi un champ électrique statique ou oscillant qui peut atteindre 5-10 kV/cm. Le champ magnétique est annulé ou porté à la valeur désirée par un jeu de bobines de Helmholtz. On étudie le comportement d'atomes de Cd sous forme de jet atomique (^{G-1}). La détection est réalisée à l'aide de deux PM 1P21 mis en pont et reliés à un galvanomètre sensible ($2 \cdot 10^{-11} \frac{\text{A} \cdot \text{mm}}{\text{à } 1 \text{ m}}$). La figure 1 donne une idée de la disposition géométrique de ces éléments.

1.2. L'atome de Cd.

Dans toutes les expériences décrites par la suite, l'élément utilisé est le Cd naturel constitué de 75% d'isotopes pairs (spin nucléaire nul) et de 25% d'isotopes impairs (spin nucléaire $\frac{1}{2}$). La fraction impaire apparaît comme une "impureté" qui n'apporte pas, en général, de contribution importante; elle sera donc ignorée en première analyse.

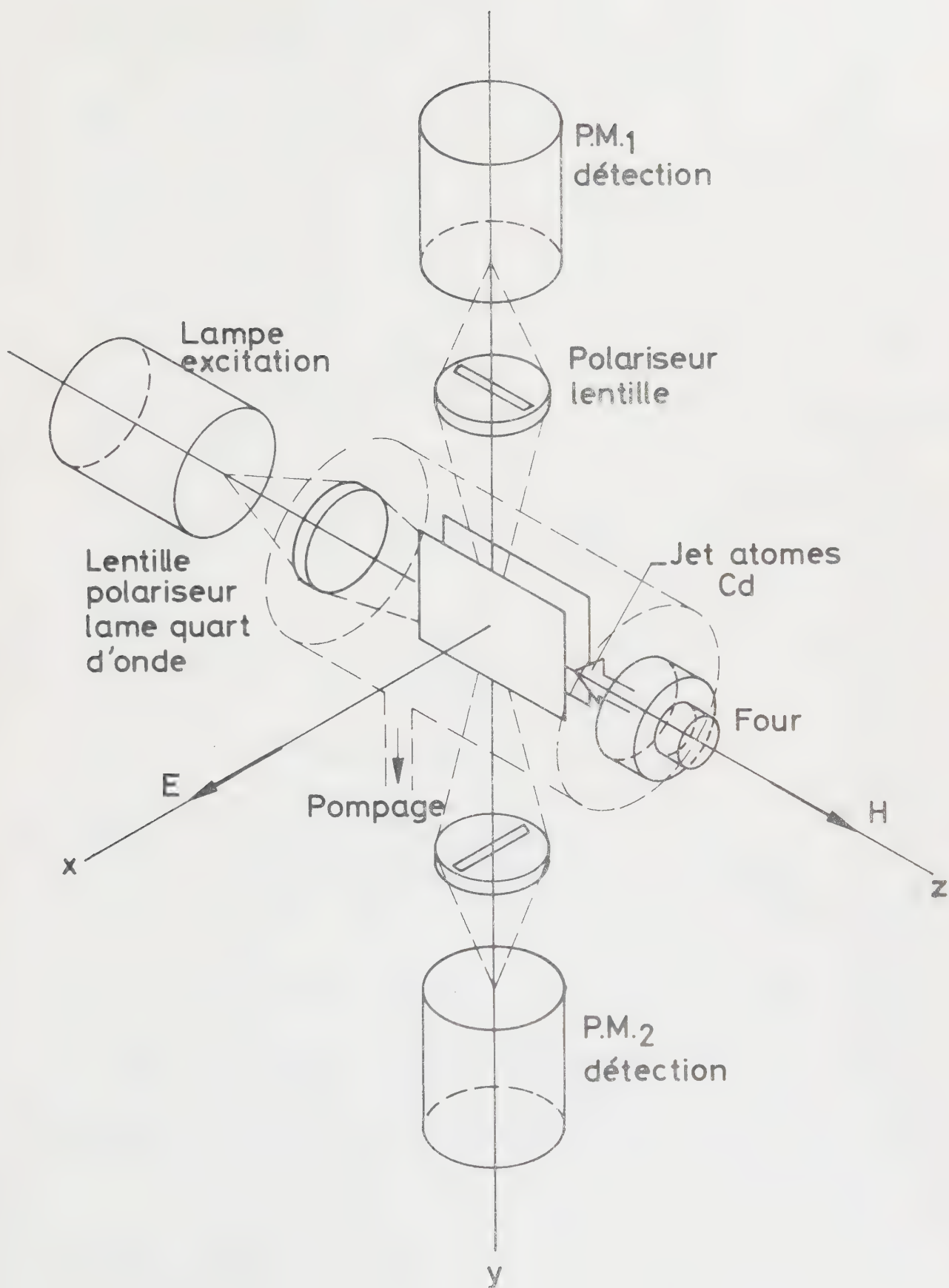
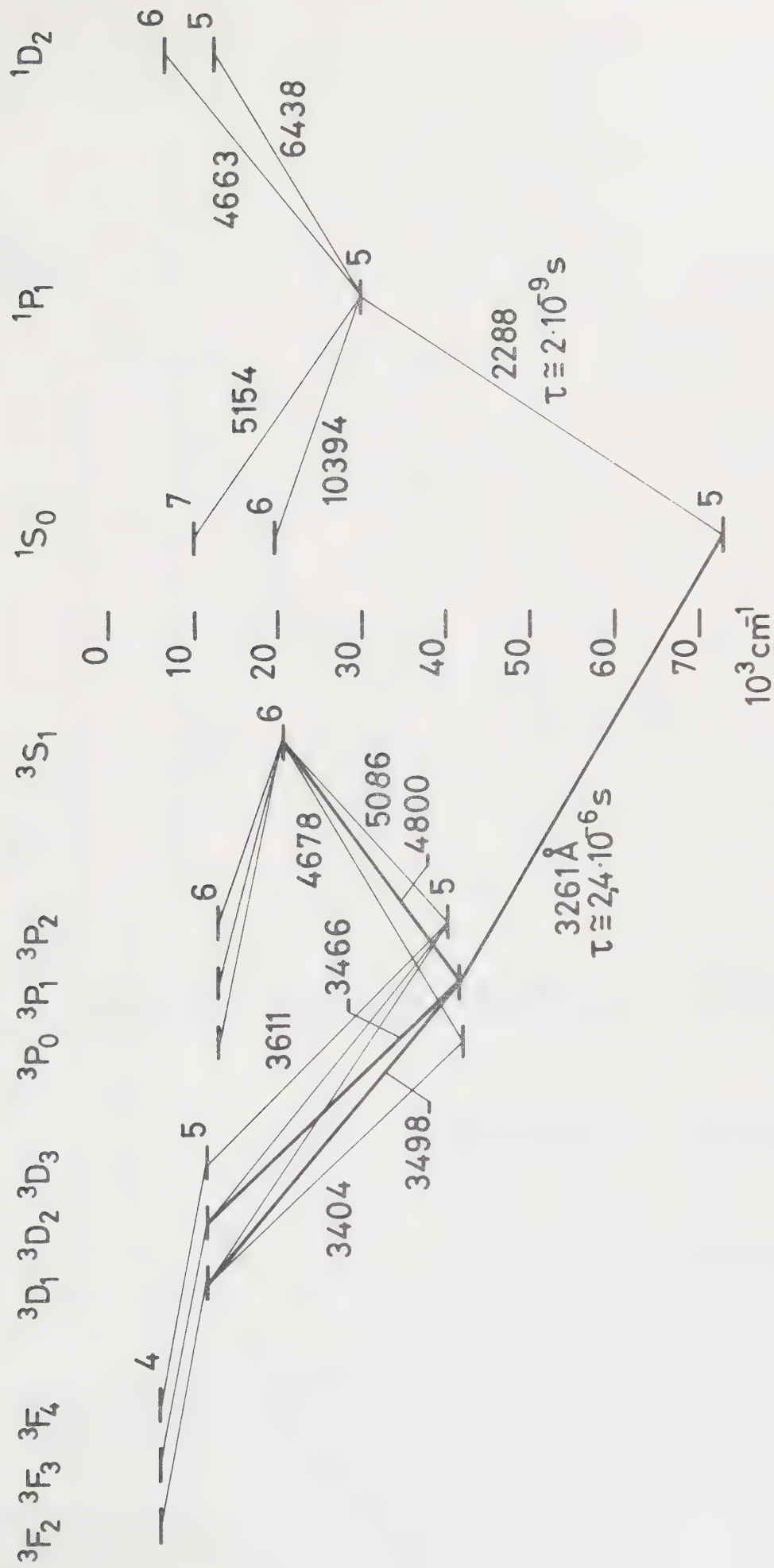


Fig.1

De l'état fondamental 5^1S_0 , l'atome de Cd peut être porté par la raie ultraviolette 2288 Å dans l'état singulet 5^1P_1 (durée de vie $2.10^{-9}s$) ou par la raie de résonance 3261 Å dans l'état triplet métastable 5^3P_1 . La longue durée de vie de cet état ($2,4.10^{-6}s$) le rend particulièrement intéressant: L'efficacité du pompage optique reste satisfaisante et la faible largeur de raie permet de détecter des perturbations très faibles. On détectera l'évolution de l'état 5^3P_1 en observant la lumière de fluorescence de longueur d'onde 3261 Å. (fig. 2) L'application d'un champ magnétique permettra de coupler entre eux les sous-niveaux ($m = 0, \pm 1$) de 5^3P_1 par interaction dipolaire magnétique. Un champ électrique couplera au contraire les sous-niveaux de 5^3P_1 à ceux des états 6^3S_1 , 5^3D_1 et 5^3D_2 . Il y aura également couplage avec l'état fondamental, mais le rapport entre les différentes forces d'oscillateur permet, en première approximation, de considérer que les trois sous-niveaux de 5^3P_1 sont uniquement liés à trois sous-niveaux S qui représentent l'influence des états 6^3S_1 , $5^3D_{1,2}$. (fig. 3)

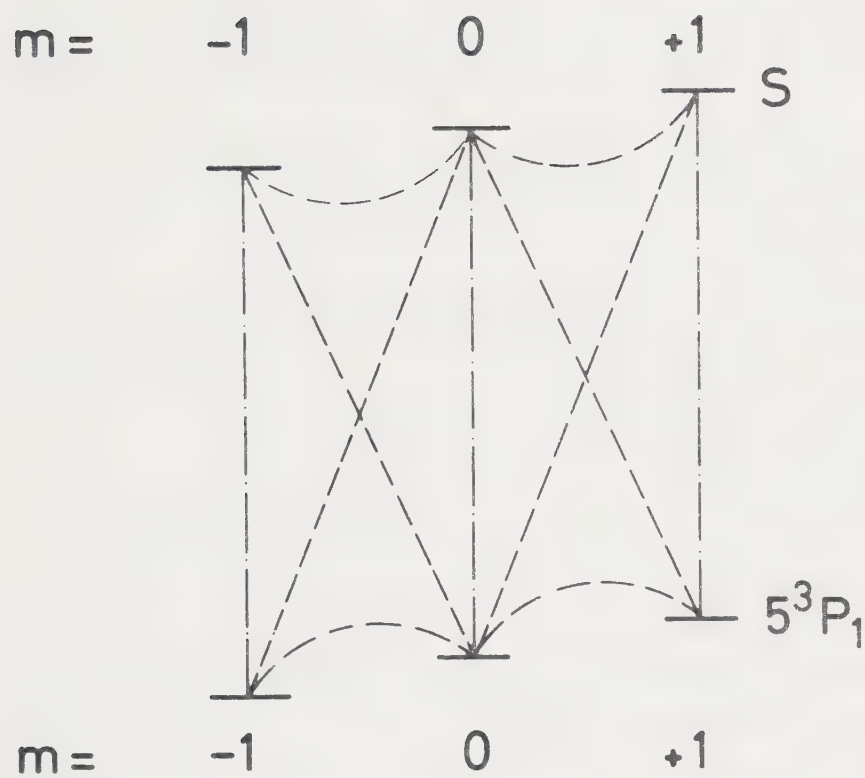
Tableau des forces d'oscillateur ($N-1$)

Transition	Longueur d'onde Å	Niveaux d'énergie cm^{-1}	$g \cdot f$	$\frac{g \cdot f}{E' - E_0}$
$5^1S_0 - 5^3P_1$	3261	0-30656	0,0014	$-0,0005.10^{-4}$
$5^3P_1 - 6^3S_1$	4799.92	30656-51484	4,2	$2,43 \cdot 10^{-4}$
$5^3P_1 - 5^3D_2$	3466.20	30656-59498	7,4	$2,56 \cdot 10^{-4}$
$5^3P_1 - 5^3D_1$	3467.66	30656-59486	2,4	$0,63 \cdot 10^{-4}$



Niveaux d'énergie et transitions du cadmium

Fig. 2



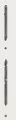
	Interaction	dipolaire	magnétique	$\Delta m = \pm 1$
	"	"	électrique	$\Delta m = 0$
	"	"	"	$\Delta m = \pm 1$

Fig. 3

1.3. L'atome de Cd en présence de champs magnétiques et électriques statiques perpendiculaires l'un à l'autre.

Rappelons brièvement le comportement de l'atome de Cd sous l'action d'un champ magnétique statique H_0 dirigé selon Oz, et d'un champ électrique E dirigé selon Ox ($F=1$). L'Hamiltonien du système s'écrit

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{atomique}} + \gamma H_0 J_z + \mathcal{H}_I = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I$$

Nous choisirons comme états de base de $\mathcal{H}_0$ les états excités (fig. 3)

$$\begin{array}{ll} |P, m=0\rangle & |c\rangle = |S, m=0\rangle \\ |a\rangle = |P, m=+1\rangle & |S, m=+1\rangle \\ |b\rangle = |P, m=-1\rangle & |S, m=-1\rangle \end{array}$$

(L'état S représente l'effet global des états excités 6^3S_1 , 5^3D_1 et 5^3D_2). Nous désirons étudier le comportement des états $|a\rangle$ et $|b\rangle$. A cause de la forme particulière de $\mathcal{H}_I$, ces états sont uniquement reliés à l'état $|c\rangle$. En effet l'Hamiltonien d'interaction dipolaire électrique n'a d'éléments de matrice différents de zéro qu'entre états de parité différente. En utilisant le formalisme du théorème de Wigner-Eckart et en posant $\vec{E} = E \cdot [\vec{X}]$, les éléments de matrice sont tous réels et prennent la forme (B^{-2})

$$\langle P, \pm 1 | \vec{E} \cdot \vec{D} | S, 0 \rangle = \langle S, 0 | \vec{D} \cdot \vec{E} | P, \pm 1 \rangle = \text{constante } E = \delta$$

$$\langle P, \pm 1 | \vec{E} \cdot \vec{D} | S, \pm 1 \rangle = 0$$

(δ vaut 800 MHz pour un champ de 1 kV/cm)

Soit ω_0 l'écart d'énergie (domaine optique) qui existe entre les niveaux P et le niveau S, et $m\Omega$ la pulsation

de Larmor, la matrice de l'Hamiltonien total $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I$ s'écrit alors ($\hbar = 1$):

$$\mathcal{H} = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & c & b \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} \Omega & \delta & 0 \\ \delta & \omega_0 & \delta \\ 0 & \delta & -\Omega \end{pmatrix} & \begin{matrix} a \\ c \\ b \end{matrix} \end{matrix} \quad (1, 1)$$

La diagonalisation conduit aux valeurs suivantes de l'énergie totale:

$$\begin{aligned} E_0 &= \omega_0 + \xi \\ E_{\pm} &= -\frac{\xi}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + \Omega^2} \end{aligned} \quad (1, 2)$$

avec

$$\xi = 2 \frac{\delta^2}{\omega_0} - 4 \frac{\delta^4}{\omega_0^3} + 2 \frac{\delta^2 \Omega^2}{\omega_0^3}$$

On ne conservera par la suite que le premier terme de ξ . Les nouveaux vecteurs propres sont:

$$\psi' = S \psi$$

avec l'expression suivante pour la transformation unitaire S qui diagonalise l'Hamiltonien

$$S = \left(\begin{array}{cc|cc} \frac{\delta}{E_+ - \Omega} S_{12} & S_{12} & \frac{\delta}{E_+ + \Omega} S_{12} & S_{12} \\ \frac{\delta}{\omega_0} & 1 - \frac{\delta^2}{\omega_0^2} & \frac{\delta}{\omega_0} & \\ \frac{\delta}{E_- - \Omega} S_{32} & S_{32} & \frac{\delta}{E_- + \Omega} S_{32} & S_{32} \end{array} \right)$$

dans laquelle

$$S_{12} = \frac{\Omega^2 - E_+^2}{\sqrt{(E_+^2 - \Omega^2)^2 + 2\delta^2(E_+^2 + \Omega^2)}}$$

$$S_{32} = \frac{\Omega^2 - E_-^2}{\sqrt{(E_-^2 - \Omega^2)^2 + 2\delta^2(E_-^2 + \Omega^2)}}$$

Deux situations limites sont intéressantes:

a) $\Omega \ll \varepsilon < \delta$ (donc $\Omega \rightarrow 0$)

$$S(\Omega \rightarrow 0) \cong \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{\Omega}{\varepsilon}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Omega}{\delta} & \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{\Omega}{\varepsilon}\right) \\ \frac{\delta}{\omega_0} & 1 - \frac{\delta^2}{\omega_0^2} & \frac{\delta}{\omega_0} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{\Omega}{\varepsilon} - \frac{\delta^2}{\omega_0^2}\right) & -\sqrt{2} \frac{\delta}{\omega_0} & \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{\Omega}{\varepsilon} - \frac{\delta^2}{\omega_0^2}\right) \end{pmatrix}$$

Il y a, au voisinage du champ magnétique nul, anticroisement ($E-1, S-2$) des niveaux $|P, \pm 1\rangle$ (fig. 4). En champ nul par exemple, les états perturbés sont:

$$|\alpha\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} |P, +1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |P, -1\rangle$$

$$|\beta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |P, +1\rangle - \sqrt{2} \frac{\delta}{\omega_0} |S, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |P, -1\rangle$$

$$|\gamma\rangle = \frac{\delta}{\omega_0} |P, +1\rangle + \left(1 - \frac{\delta^2}{\omega_0^2}\right) |S, 0\rangle + \frac{\delta}{\omega_0} |P, -1\rangle$$

(1, 3)

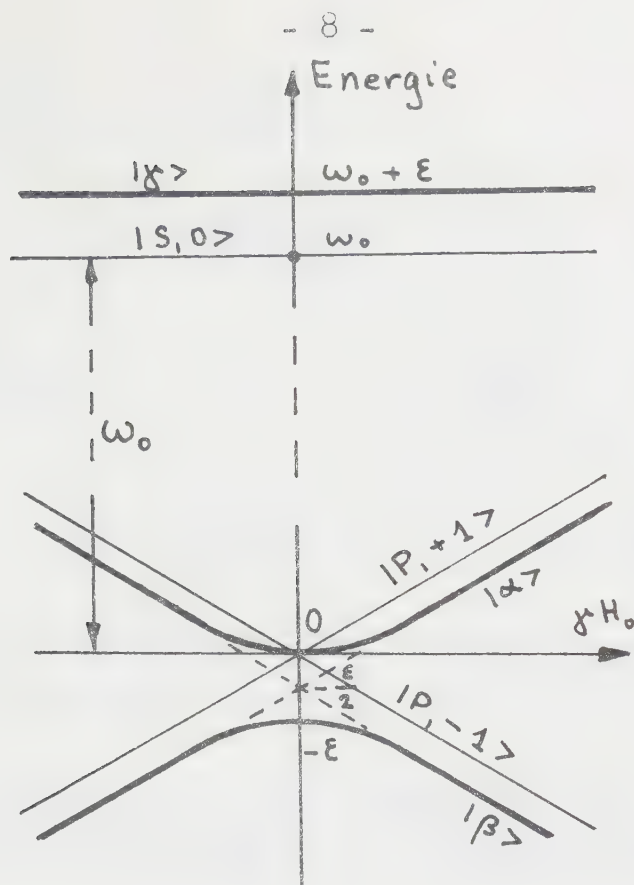


Fig. 4

On pourra détecter l'anticroisement après excitation des atomes en lumière σ^+ (ou σ^-) en observant la lumière réémise σ^+ (ou σ^-).

L'écart d'énergie ϵ est de l'ordre de grandeur de la largeur $\Gamma = \tau^{-1}$ du niveau 5^3P_1 (66 kHz) pour un champ électrique statique de 5,7 kV/cm. Pour des champs plus faibles, on pourrait avoir avantage à utiliser une détection cohérente σ qui fournit alors un signal proportionnel à ϵ/Γ tandis que les populations varient dans les mêmes conditions comme $(\epsilon/\Gamma)^2$ (F^{-1}).

b) $\Omega \geq \delta \gg \varepsilon$ (donc $\Omega \rightarrow \infty$)

$$S(\Omega \rightarrow \infty) \cong \begin{pmatrix} -1 + \frac{\delta^2}{2\omega_0^2} \left(1 + \frac{\delta^2}{4\Omega^2}\right) & \frac{\delta}{\omega_0} & \frac{\delta}{\omega_0} \frac{\delta}{2\Omega} \\ \frac{\delta}{\omega_0} & \left(1 - \frac{\delta^2}{\omega_0^2}\right) & \frac{\delta}{\omega_0} \\ \frac{\delta}{\omega_0} \frac{\delta}{2\Omega} & -\frac{\delta}{\omega_0} & 1 - \frac{\delta^2}{2\omega_0^2} \left(1 + \frac{\delta^2}{4\Omega^2}\right) \end{pmatrix}$$

Les états propres sont pratiquement ceux de l'atome en présence du champ magnétique seul (δ/ω_0 de l'ordre de 10^{-6}).

1.4. Superposition d'un champ magnétique quasi statique et d'un champ électrique oscillant perpendiculaires l'un à l'autre.

Pour étudier ce cas, nous voulons adopter le formalisme dit de l'atome habillé proposé par Cohen-Tannoudji (C-3, C-5, P-1). Le champ électrique oscillant est quantifié et les états propres non perturbés sont ceux de l'atome en présence de n photons de radiofréquence.

Description du processus.

La lumière d'excitation, dont la largeur naturelle est grande par rapport à la largeur du niveau excité et aux écarts d'énergie Zeeman, porte les atomes dans l'état excité P. Sous l'action de l'Hamiltonien

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{atomique}} + \mathcal{H}_{\text{champ}} + \mathcal{H}_{\text{interaction}} + \mathcal{H}_{\text{H}_0 J_z}$$

ils évoluent dans cet état avant de retomber dans l'état fondamental. Le temps de vie dans l'état excité est $\tau = \Gamma^{-1}$.

Nous cherchons $U(t)$, l'opérateur d'évolution dans l'état excité.

Les états propres du système atome + champ.

Comme dans le paragraphe 1.3. nous extrairons des états propres du système atomique les deux sous-niveaux $|P, m = \pm 1\rangle$ et un état $|S, m = 0\rangle$ auxquels nous ajouterons l'état fondamental $|f\rangle$. Nous supposons que le champ de radiofréquence oscille sur un mode unique de pulsation ω et de polarisation $\vec{e}_\lambda$. En notant a^+ et a les opérateurs de création et d'annihilation, l'Hamiltonien du champ de radiofréquence s'écrit

$$\mathcal{H}_{\text{champ}} = \omega a^+ a$$

Les états excités

$$\begin{aligned} |n, S, 0\rangle & \quad \text{d'énergie} \quad \omega_0 + n\omega \\ |n, P, \pm 1\rangle & \quad \text{d'énergie} \quad n\omega \pm \Omega \\ |n, f, 0\rangle & \quad \text{d'énergie} \quad -\omega_f + n\omega \end{aligned} \quad (1, 4)$$

sont des états propres du système atome + champ.

n désigne le nombre de photons de radiofréquence.

(Par commodité, le zéro d'énergie atomique est l'état excité $|0, P, 0\rangle$)

L'interaction dipolaire électrique.

L'Hamiltonien d'interaction dû à la présence du champ électrique oscillant s'écrit (M^{-1}) :

$$\mathcal{H}_I = d \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} i(a - a^+)$$

où $\vec{D}$ est le moment dipolaire de l'atome et $\vec{e}_\lambda$ le vecteur de polarisation.

d est une grandeur liée à la valeur moyenne E_0 du champ électrique, qui se détermine en comparant la valeur moyenne de l'opérateur champ électrique à celle du champ classique qu'il représente. Il vient (M^{-1})

$$d = E_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot \omega \cdot V}{\hbar \bar{n}}}$$

où V est le volume de la cavité et $\bar{n}$ le nombre moyen de photons. Les éléments de matrice non nuls de $\mathcal{H}_I$ sont:

$$\langle n, S, 0 | \mathcal{H}_I | n \pm 1, P, \pm 1 \rangle = d \langle S, 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | P, \pm 1 \rangle$$

Les éléments de matrice $\langle S, 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | P, \pm 1 \rangle$ peuvent être déterminés comme précédemment. Pour $\vec{e}_\lambda = [\vec{x}]$ il vient

$$\langle S, 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | P, \pm 1 \rangle = 1$$

d'où

$$\langle n, S, 0 | \mathcal{H}_I | n \pm 1, P, \pm 1 \rangle = d \quad (1, 5)$$

1.4.1. Etude qualitative

Avant d'aborder le calcul de l'opérateur d'évolution, cherchons quels sont les états couplés par la perturbation. Remarquons tout d'abord que, comme ω est beaucoup plus petite que ω_0 (qui est du domaine optique), la présence du champ électrique n'induit que des pseudo-transitions (transitions virtuelles). On peut classer les processus d'interaction du second ordre en trois catégories:

$$\alpha) \quad |n, P, +1\rangle \rightarrow |n \mp 1, S, 0\rangle \rightarrow |n, P, +1\rangle$$

ou

$$|n, P, -1\rangle \rightarrow |n \mp 1, S, 0\rangle \rightarrow |n, P, -1\rangle$$

Ce processus est représenté par la figure 5 sur laquelle nous avons ajouté l'excitation optique et l'émission spontanée. Dans la notation utilisée par Cohen-Tannoudji, l'atome dans l'état fondamental (trait pointillé au bas de la figure 5) est porté, par interaction avec le champ de photons optiques (vertex carré), dans l'état excité P (trait plein). Par interaction dipolaire électrique avec le champ de radiofréquence

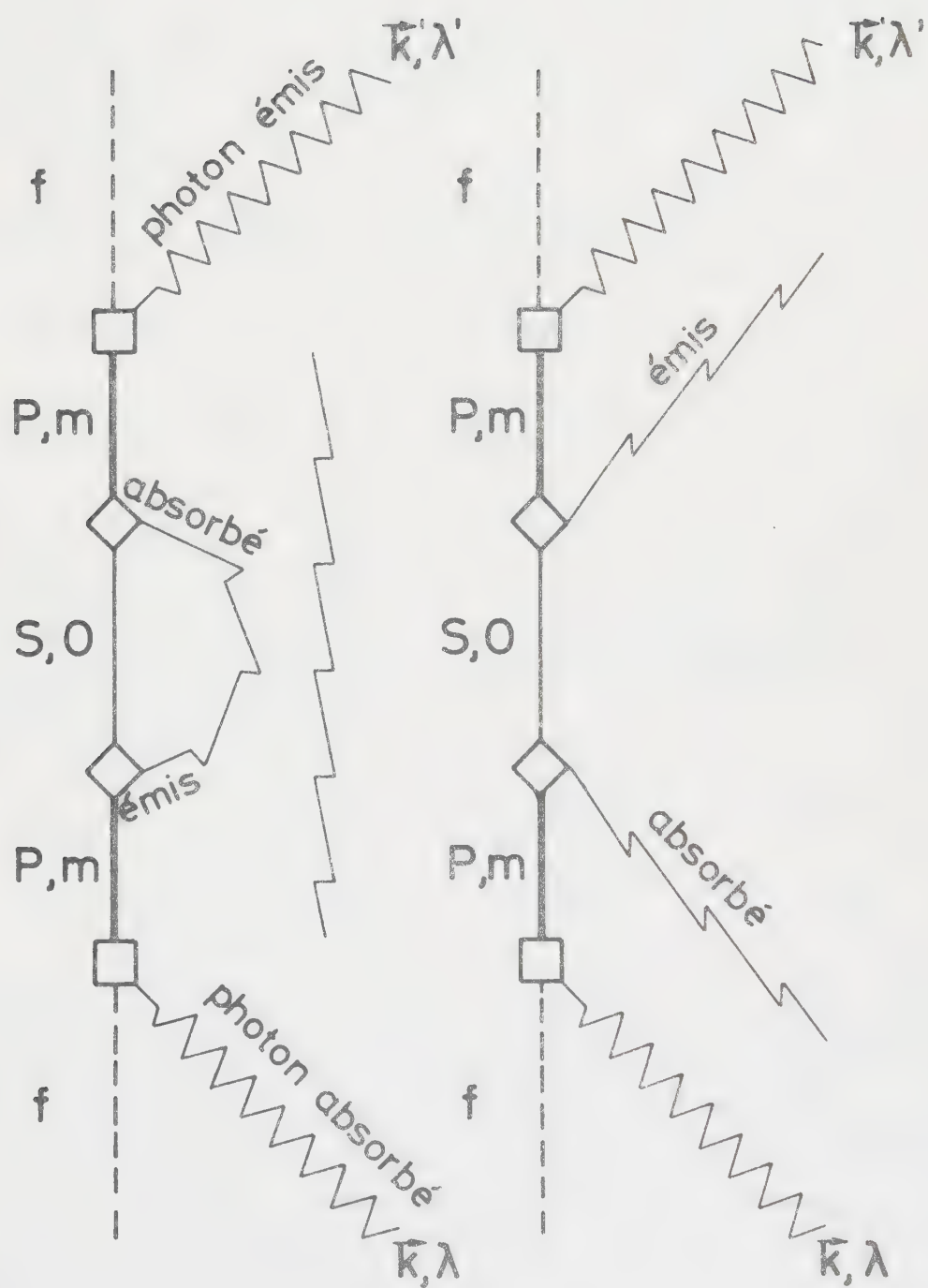


Fig.5

(vertex en losange) l'atome émet (ou absorbe) un photon de radiofréquence (ligne "éclair"), passe dans l'état excité S (trait fin), absorbe (ou émet) un photon de radiofréquence (ligne "éclair") et retourne à l'état P pour enfin retomber dans l'état fondamental en émettant un photon optique $k'\lambda'$ (ligne brisée). Ce processus est le principal responsable du déplacement des niveaux par effet Stark. (Le terme $+\xi$ pour le niveau $|S, 0\rangle$ et le déplacement $-\frac{\xi}{2}$ du "centre de gravité" des sous-niveaux $|P, \pm 1\rangle$).

Nous avons omis, sur les figures 5, 6 et 7, les n photons associés à l'atome (photons spectateurs).

$$\beta) \quad |n, P, -1\rangle \rightleftharpoons |n-1, S, 0\rangle \rightleftharpoons |n, P, +1\rangle$$

et

$$|n, P, -1\rangle \rightleftharpoons |n+1, S, 0\rangle \rightleftharpoons |n, P, +1\rangle$$

Ce processus de pseudo-transition (fig.6) détermine l'état de superposition des sous-niveaux ± 1 de P. Il est la cause de l'anticroisement de ces sous-niveaux au voisinage de $\Omega = 0$ (champ magnétique nul) puisqu'il assure leur liaison par une perturbation du second ordre.

$$\gamma) \quad |n+1, P, -1\rangle \rightleftharpoons |n, S, 0\rangle \rightleftharpoons |n-1, P, +1\rangle$$

et

$$|n-1, P, -1\rangle \rightleftharpoons |n, S, 0\rangle \rightleftharpoons |n+1, P, +1\rangle$$

Ce dernier processus (fig. 7) a le même effet que celui décrit sous $\beta)$ mais au voisinage de $\Omega = \pm \omega$. Il est responsable de l'anticroisement qui a lieu pour cette valeur du champ.

Les croisements entre niveaux qui ont lieu pour des valeurs plus élevées du champ magnétique font intervenir, pour le calcul du couplage entre les niveaux qui se croisent, des processus d'interaction d'ordre 4, 6, Ce couplage est donc faible et peut même accidentellement s'annuler.

(par exemple en $\gamma H_0 = \pm 2\omega$).

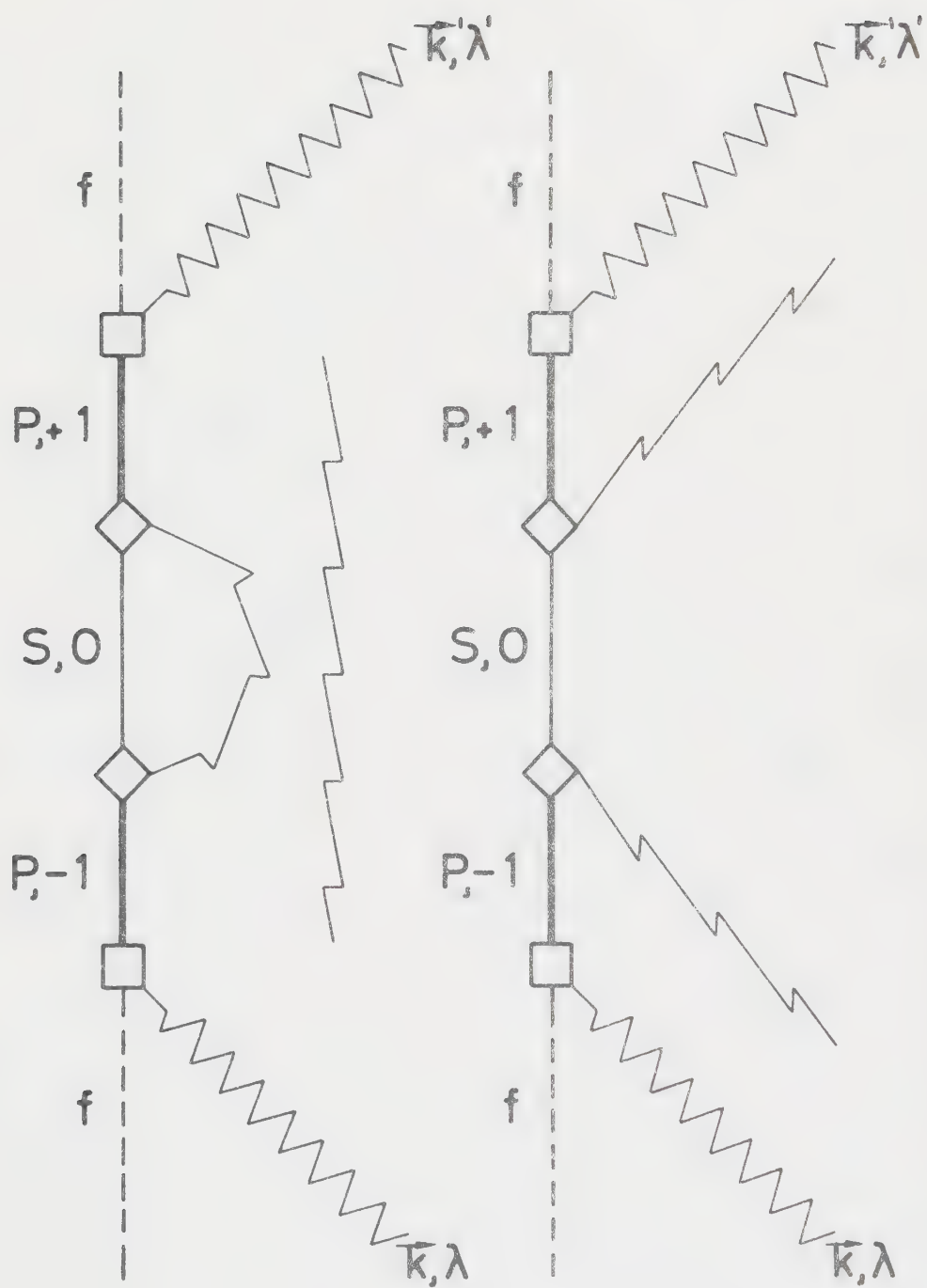


Fig.6

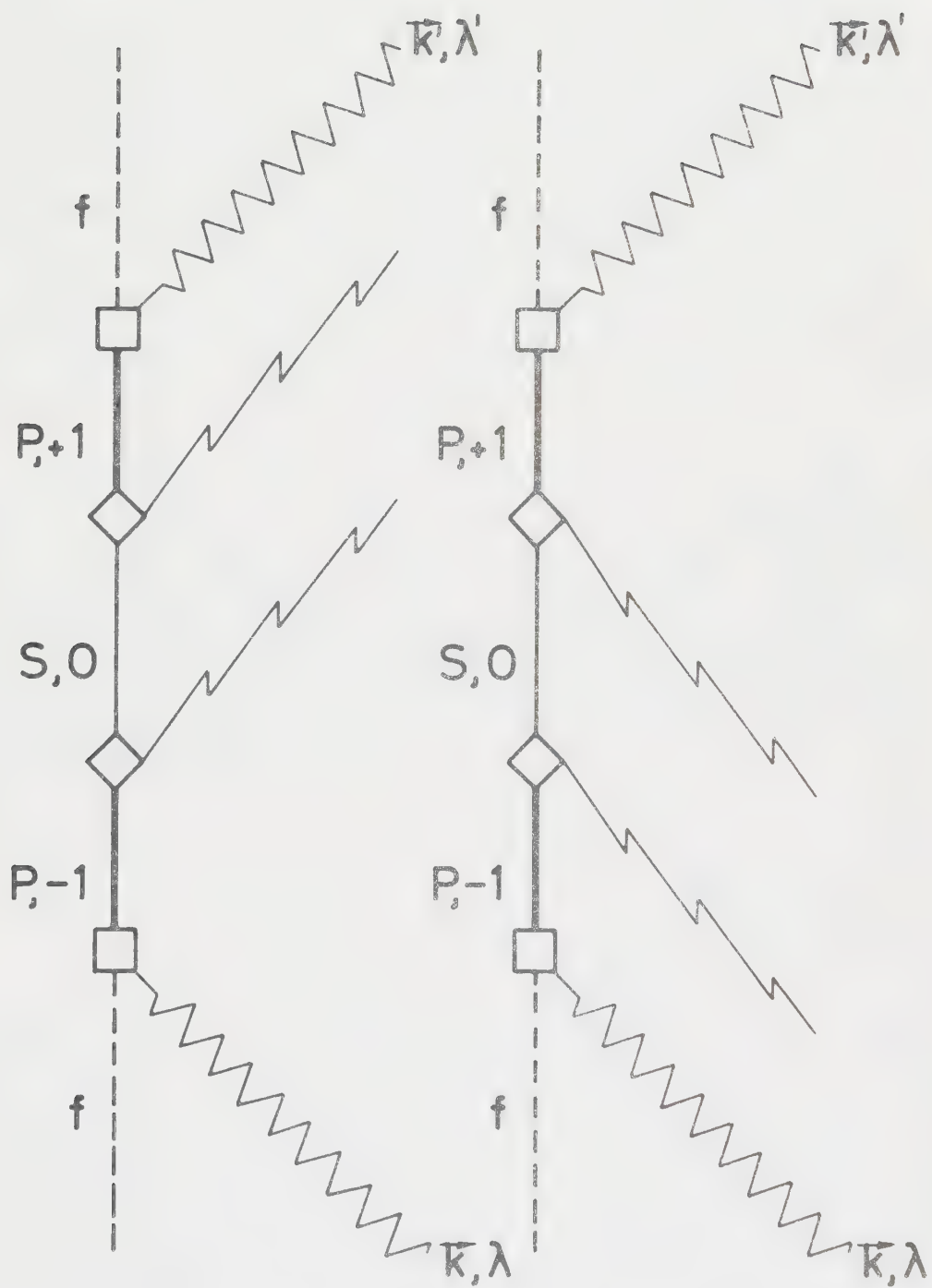


Fig. 7

Toutes ces propriétés peuvent se représenter dans un diagramme (fig. 8 et 8a) semblable à ceux de Cohen-Tannoudji pour les transitions dipolaires magnétiques (^{C-5}).

Remarquons que, contrairement aux transitions dipolaires magnétiques, les niveaux qui se croisent sont toujours liés l'un à l'autre à un certain ordre de perturbation. L'état à n photons étant l'état $|n, S, 0\rangle$ il n'y a pas lieu de représenter dans le même diagramme les états $|n, P, \pm 1\rangle$. Ceci ferait apparaître des croisements sans signification physique car la perturbation ne relie, dans notre cas, que des états de parité opposée. Par exemple, les états $|n, P, +1\rangle$ et $|n+1, P, -1\rangle$ se croiseraient en $\frac{3}{2}$; mais $|n, P, -1\rangle$ n'est aucunement relié à $|n+1, P, -1\rangle$ par la perturbation et ne peut pas, de ce fait, le "contaminer" comme cela se produit dans le cas dipolaire magnétique.

Remarquons enfin que nous avons décrit un champ totalement incohérent (le nombre de photons est déterminé), alors que le champ appliqué possède, au contraire, une phase bien définie. On peut montrer que ceci ne modifie en rien la réponse quasi statique du système (^{C-2}). Nous aborderons la question de la modulation de la lumière réémise dans l'exposé de la partie expérimentale.

Fig. 8

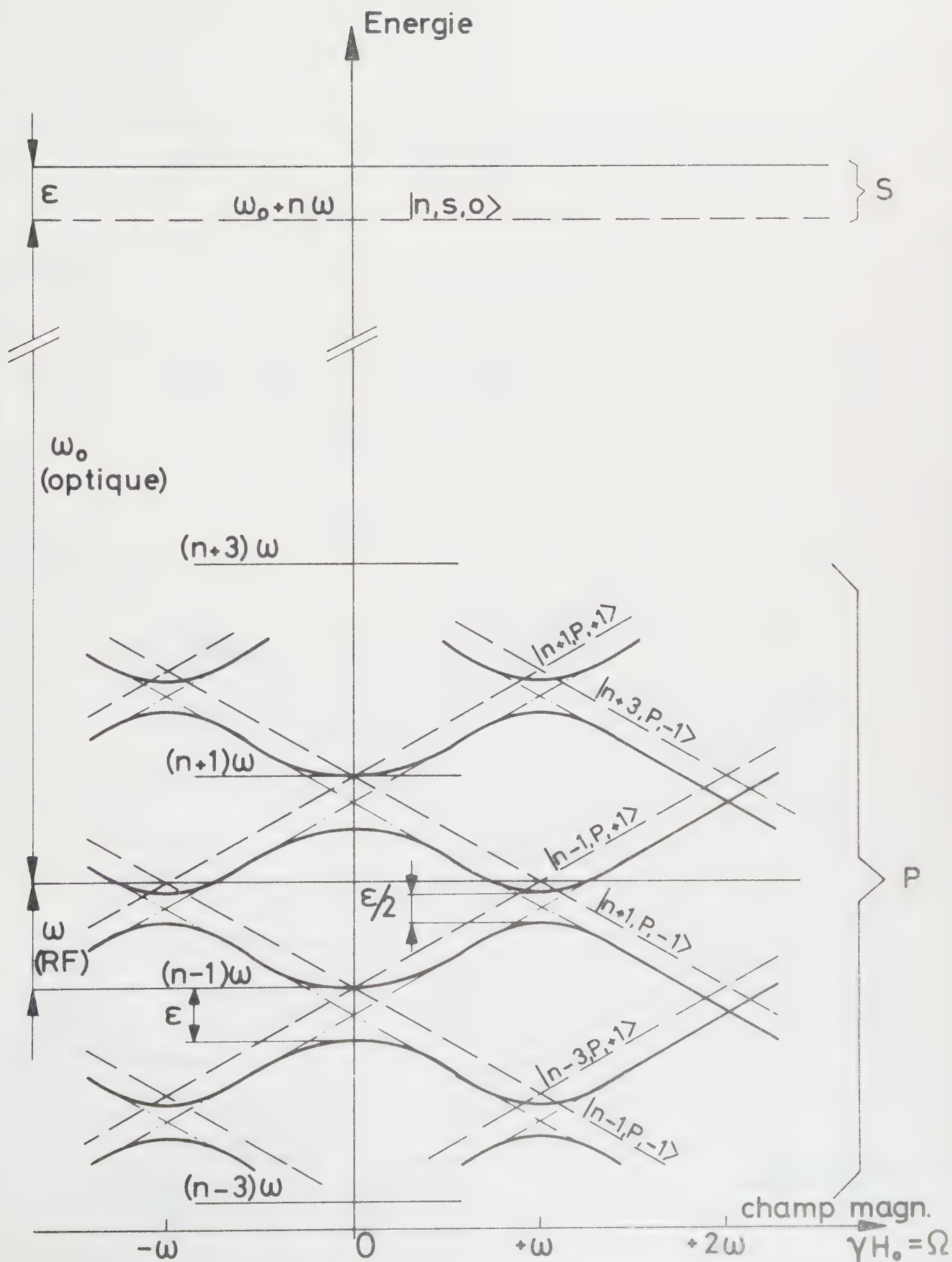
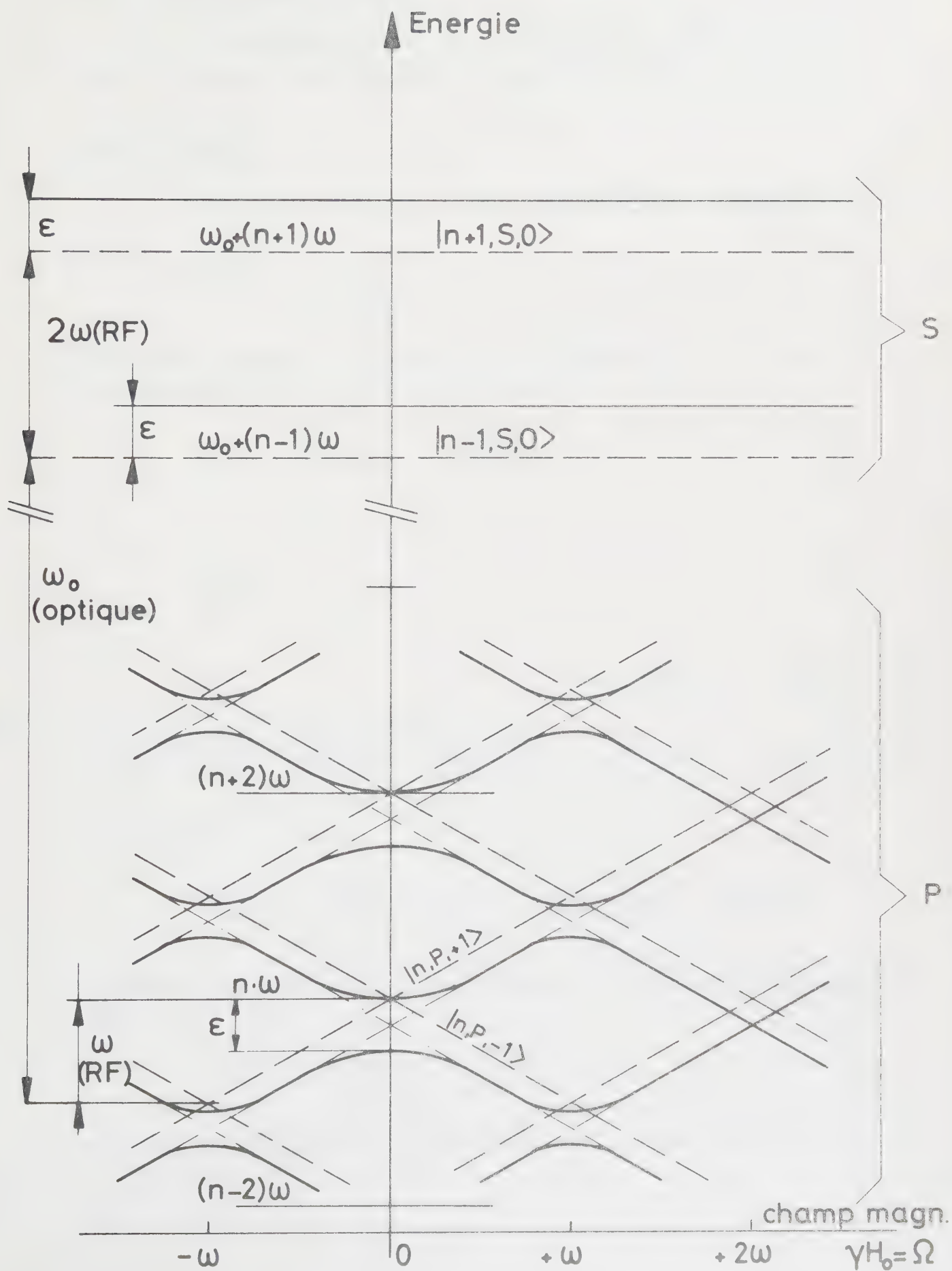


Fig. 8a



1.4.2. Etude quantitative

Les notions utilisées dans les calculs qui suivent sont brièvement exposées dans l'appendice 1.4.5.

Plan du calcul

La résolvante de l'Hamiltonien $\mathcal{H}$ est la fonction (A,11)

$$G(z) = \frac{1}{z - \mathcal{H}}$$

Nous utiliserons la projection du propagateur $G(z)$ dans le sous-espace défini par les projecteurs P_0 et Q_0 :

$$P_0 = |a\rangle\langle a| + |b\rangle\langle b|$$

$$Q_0 = 1 - P_0$$

$$\hat{G}(z) = P_0 G(z) P_0$$

(A,15)

$$\hat{G}(z) = \frac{1}{\begin{bmatrix} z - E_a - \hat{R}_{aa}(z) & \hat{R}_{ab}(z) \\ \hat{R}_{ba}(z) & z - E_b - \hat{R}_{bb}(z) \end{bmatrix} - |\hat{R}_{ab}(z)|^2} \begin{pmatrix} z - E_b - \hat{R}_{bb}(z) & \hat{R}_{ba}(z) \\ \hat{R}_{ab}(z) & z - E_a - \hat{R}_{aa}(z) \end{pmatrix} \begin{matrix} a \\ b \end{matrix}$$

avec (A, 16)

$$\hat{R}(z) = P_0 \mathcal{H}_I P_0 + P_0 \mathcal{H}_I Q_0 \frac{1}{Q_0(z - \mathcal{H}) Q_0} Q_0 \mathcal{H}_I P_0$$

L'opérateur d'évolution $U(t)$ s'obtient à partir du propagateur $\hat{G}(z)$

$$U(t) = \frac{-1}{2\pi} \int_{C = C_+ + C_-} e^{-izt} \hat{G}(z) dz$$

où C est le contour d'intégration dans le plan complexe.



La suite du calcul décrit les trois étapes de la "vie" du système atomique étudié:

a) L'excitation par la raie de résonance $5^1S_0 - 5^3P_1$. Les conditions particulières de cette excitation (niveau fondamental unique, largeur de raie grande devant la largeur naturelle et l'écart Zeeman dans l'état excité, polarisation $\vec{e}_\lambda$ et orientation dans l'espace) permettent de construire la matrice densité au temps $t = 0$ par la relation (C-4)

$$\rho_{mm'}(t=0) = A \langle m | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | 0 \rangle \langle 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m' \rangle \quad (1, 6)$$

b) L'évolution du système dans l'état excité. Il est décrit par l'opérateur d'évolution $U(t)$ à partir duquel nous pouvons calculer la matrice densité $\rho(t)$

$$\rho(t) = U(t) \rho(t=0) U^{-1}(t) \quad (1, 7)$$

c) La réémission de la lumière de fluorescence. Nous observons un grand nombre d'atomes tous "préparés" de la même manière, et nous tiendrons compte de leur durée de vie finie dans l'état excité en calculant la moyenne ($P-3, P-4$)

$$\bar{\rho} = \int_0^\infty \mu(t') \rho(t') dt' \quad (1, 8)$$

où $\mu(t')$ est la probabilité que l'atome se désexcite entre t' et $t' + dt'$

$$\mu(t') = \Gamma e^{-\Gamma t'}$$

($\Gamma = \tau^{-1}$ où τ est le temps de vie dans l'état excité 5^3P_1).

L'intensité de la lumière de fluorescence se calculera par l'expression (C-4)

$$I_{f1} = B \sum_{m, m'} \langle 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m \rangle \langle m | \vec{g} | m' \rangle \langle m' | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | 0 \rangle \quad (1, 9)$$

avec, pour les éléments de matrice $\langle 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m \rangle$ (B^{-3})

$$\left| \begin{array}{l} \langle 0 | \vec{D} | \pm 1 \rangle = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} ([x] \pm i[y]) \\ \langle 0 | \vec{D} | 0 \rangle = [z] \\ \vec{e}_\lambda = e_x [x] + e_y [y] + e_z [z] \end{array} \right. \quad (1,10)$$

Anticroisement en champ magnétique nul.

En nous reportant à l'analyse qualitative du paragraphe 1.4.1., nous voyons que les quatre états à considérer sont (fig. 8a):

$$\begin{array}{ll} |n, P, +1\rangle = |a\rangle & |n-1, S, 0\rangle = |c\rangle \\ |n, P, -1\rangle = |b\rangle & |n+1, S, 0\rangle = |g\rangle \end{array}$$

Nous cherchons l'évolution des états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ d'où les projecteurs

$$P_0 = |a\rangle\langle a| + |b\rangle\langle b|$$

$$Q_0 = \mathbb{1} - P_0$$

Les énergies des niveaux non perturbés sont

$$E_a = n\omega + \Omega \quad E_c = (n-1)\omega + \omega_0$$

$$E_b = n\omega - \Omega \quad E_g = (n+1)\omega + \omega_0$$

et les éléments de matrice de la perturbation (1, 5)

$$\langle a | \mathcal{H}_I | c \rangle = \langle c | \mathcal{H}_I | b \rangle = \langle b | \mathcal{H}_I | g \rangle = d$$

$$\langle c | \mathcal{H}_I | a \rangle = \langle b | \mathcal{H}_I | c \rangle = \langle g | \mathcal{H}_I | b \rangle = d$$

d'où l'Hamiltonien (nous omettons l'énergie des n photons spectateurs):

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} \omega_0 - \omega & d & d & 0 \\ d & \Omega & 0 & d \\ d & 0 & -\Omega & d \\ 0 & d & d & \omega_0 + \omega \end{pmatrix} \quad \mathcal{H}_I = \begin{pmatrix} 0 & d & d & 0 \\ d & 0 & 0 & d \\ d & 0 & 0 & d \\ 0 & d & d & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} c \\ a \\ b \\ g \end{matrix}$$

c a b g

et les projecteurs

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Q_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On peut calculer $\hat{R}(z)$:

$$P_0 \mathcal{H}_I P_0 = 0$$

$$Q_0 \mathcal{H}_I Q_0 = 0$$

$$\hat{R}(z) = \left(\frac{1}{z - (\omega_0 - \omega)} + \frac{1}{z - (\omega_0 + \omega)} \right) \begin{pmatrix} d^2 & d^2 \\ d^2 & d^2 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} a \\ b \end{matrix}$$

Au point de croisement z prend la valeur $z(H=0) = 0$ (fig. 8a). En ne gardant que les termes du premier ordre en $\frac{3}{3_0}$ il vient:

$$\hat{R}(z=\omega) = \bar{R} = - \frac{2 d^2}{\omega_0} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

et pour G_{ba}

$$\bar{G}(z) = \frac{1}{\left(z - \Omega + \frac{2d^2}{\omega_0}\right)\left(z + \Omega + \frac{2d^2}{\omega_0}\right) - \frac{4d^4}{\omega_0^2}} \begin{pmatrix} z + \Omega + \frac{2d^2}{\omega_0} & - \frac{2d^2}{\omega_0} \\ - \frac{2d^2}{\omega_0} & z - \Omega + \frac{2d^2}{\omega_0} \end{pmatrix}$$

$$\bar{G}(z) = \frac{1}{(z - E_+)(z - E_-)} \begin{pmatrix} z + \Omega + \frac{2d^2}{\omega_0} & - \frac{2d^2}{\omega_0} \\ - \frac{2d^2}{\omega_0} & z - \Omega + \frac{2d^2}{\omega_0} \end{pmatrix}$$

où

$$E_{\pm} = - \frac{\xi}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + \Omega^2}$$

Cette expression est identique à celle trouvée en champ électrique statique (1, 2). Nous avons tenu compte ici du couplage aux deux états $|n \pm 1, S, 0\rangle$, ce qui équivaut, dans le cas statique, au couplage à l'état $|S, 0\rangle$ et nous écrirons

$$\xi = 2 \frac{\mathcal{J}^2}{\omega_0} = 4 \frac{d^2}{\omega_0} \quad (1,11)$$

Les énergies des niveaux perturbés varient selon une loi du second degré. Ceci n'est vrai que parce qu'ils sont les seuls à subir une variation appréciable lorsqu'on fait varier le champ magnétique (donc Ω).

Si l'on avait utilisé $\hat{R}(z)$ au lieu de sa valeur approchée $\bar{R}$ on aurait trouvé au dénominateur de $\hat{G}(z)$ une équation du quatrième degré de la forme:

$$z^4 - 2 z^3 \omega_0 + z^2 (\omega_0^2 - \omega^2 - \Omega^2 - 4 d^2) + z \omega_0 (2 \Omega^2 + 4 d^2) - \Omega^2 (\omega_0^2 - \omega^2) = 0$$

dont les solutions approchées sont

$$\left| \begin{array}{l} z_c = \omega_0 - \omega + \frac{2 d^2}{\omega_0 - \omega} \\ z_g = \omega_0 + \omega + \frac{2 d^2}{+} \\ z_{\pm} = -\left(\frac{d^2}{\omega_0 - \omega} + \frac{d^2}{\omega_0 + \omega}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{d^2}{\omega_0 - \omega} + \frac{d^2}{\omega_0 + \omega}\right)^2 + \Omega^2} \end{array} \right. \quad (1,12)$$

On voit, à ces solutions, que l'énergie des niveaux perturbés $\overline{|c\rangle}$ et $\overline{|g\rangle}$ ne dépend pas de ω .

Nous pouvons maintenant calculer l'opérateur d'évolution $U(t)$ par la méthode des résidus :

$$U_{ab}(t) = \sum_{\text{en } Z = E_+, E_-} \text{Rés.} (e^{-izt} \hat{G}_{ab}(z))$$

Il vient

$$\left| \begin{array}{l} U_{aa}(t) = e^{i\frac{\epsilon}{2}t} \left\{ \cos\sqrt{}t - i\frac{\Omega}{\sqrt{}} \sin\sqrt{}t \right\} \\ U_{bb}(t) = e^{i\frac{\epsilon}{2}t} \left\{ \cos\sqrt{}t + i\frac{\Omega}{\sqrt{}} \sin\sqrt{}t \right\} \\ U_{ab}(t) = U_{ba}(t) = i e^{i\frac{\epsilon}{2}t} \frac{\epsilon}{2\sqrt{}} \sin\sqrt{}t \end{array} \right. \quad (1,13)$$

où

$$\sqrt{} = \sqrt{\frac{\epsilon^2}{4} + \Omega^2}$$

Antic croisement en champ magnétique non nul.

Les états à considérer sont maintenant

a) $\Omega > 0$

$$|n-1, P, +1\rangle = |a\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_a = (n-1)\omega + \Omega$$

$$|n+1, P, -1\rangle = |b\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_b = (n+1)\omega - \Omega$$

et les états S qui leur sont reliés au premier ordre par la perturbation

$$|n - 2, S, 0\rangle = |c\rangle \text{ d'énergie } E_c = (n - 2)\omega + \omega_0$$

$$|n, S, 0\rangle = |f\rangle \text{ d'énergie } E_f = n\omega + \omega_0$$

$$|n + 2, S, 0\rangle = |g\rangle \text{ d'énergie } E_g = (n + 2)\omega + \omega_0$$

b) $\Omega < 0$

Seuls les états $|a'\rangle$ et $|b'\rangle$ sont différents du cas précédent

$$|n + 1, P, +\rangle = |a'\rangle \text{ d'énergie } E_{a'} = (n + 1)\omega + \Omega$$

$$|n - 1, P, -\rangle = |b'\rangle \text{ d'énergie } E_{b'} = (n - 1)\omega - \Omega$$

Si nous posons $\Omega' = (\Omega \mp \omega)$, nous obtenons dans les deux cas le même Hamiltonien (on omet à nouveau l'énergie des n photons spectateurs):

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} \omega_0 - 2\omega & d & 0 & 0 & 0 \\ d & \Omega' & d & 0 & 0 \\ 0 & d & \omega_0 & d & 0 \\ 0 & 0 & d & -\Omega' & d \\ 0 & 0 & 0 & d & \omega_0 + 2\omega \end{pmatrix} \begin{matrix} c \\ a \\ f \\ b \\ g \end{matrix}$$

avec les projecteurs

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La relation (A,16) nous permet d'écrire:

$$P_0 \mathcal{H}_I P_0 = 0$$

$$\begin{aligned} \hat{R}_{aa}(z) &= \langle a | \mathcal{H}_I | c \rangle \frac{1}{z - E_c} \langle c | \mathcal{H}_I | a \rangle + \langle a | \mathcal{H}_I | f \rangle \frac{1}{z - E_f} \langle f | \mathcal{H}_I | a \rangle = \\ &= d^2 \left(\frac{1}{z - (\omega_0 - 2\omega)} + \frac{1}{z - (\omega_0)} \right) \end{aligned}$$

au point de croisement, $z = 0$

$$\bar{R}_{aa} \approx - \frac{2 d^2}{\omega_0} \left(1 + \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

et de même

(1,14)

$$\bar{R}_{bb} \approx - \frac{2 d^2}{\omega_0} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

Il y aurait donc un petit déplacement de même signe que celui du champ magnétique, mais si ω est de l'ordre du MHz, le rapport $\omega / \omega_0 = 10^{-8}$, donc totalement négligeable par rapport à 1. ($\omega_0 \sim 10^{14}$ Hz)

Calculons le terme $\bar{R}_{ab}$:

$$\begin{aligned} \hat{R}_{ab}(z) &= \langle a | \mathcal{H}_I | f \rangle \frac{1}{z - E_f} \langle f | \mathcal{H}_I | b \rangle = d^2 \frac{1}{z - \omega_0} \\ \bar{R}_{ab} &= \bar{R}_{ba} = - \frac{d^2}{\omega_0} \end{aligned} \quad (1,15)$$

Il est deux fois plus petit que pour l'anticroisement en champ nul. Nous pouvons écrire $\bar{G}(z)$

$$\bar{G}(z) = \frac{1}{\left(z - \Omega' + \frac{2d^2}{\omega_0} \right) \left(z + \Omega' + \frac{2d^2}{\omega_0} \right) - \frac{d^4}{\omega_0^2}} \begin{pmatrix} z + \Omega' + \frac{2d^2}{\omega_0} & - \frac{d^2}{\omega_0} \\ - \frac{d^2}{\omega_0} & z - \Omega' + \frac{2d^2}{\omega_0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{G}(z) = \frac{1}{(z - E_+) (z - E_-)} \begin{pmatrix} z + \Omega' + \frac{2d^2}{\omega_0} & - \frac{d^2}{\omega_0} \\ - \frac{d^2}{\omega_0} & z - \Omega' + \frac{2d^2}{\omega_0} \end{pmatrix}$$

et cette fois

$$E_{\pm} = - \frac{\mathcal{E}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\mathcal{E}}{4}\right)^2 + \Omega'^2} \quad (1,16)$$

Il y a anticroisement pour $\Omega' = \Omega \mp \omega = 0$ et la séparation des niveaux à la hauteur de l'anticroisement n'est plus $\mathcal{E}$ mais $2 \frac{\mathcal{E}}{4} = \frac{\mathcal{E}}{2}$.

Nous pouvons directement écrire l'opérateur d'évolution (en prenant garde au fait que le terme non diagonal de $\vec{G}(z)$ est deux fois plus petit qu'en (1,13)):

$$\begin{cases} U_{aa}(t) = U_{bb}(t) = e^{i \frac{\mathcal{E}}{2} t} \left\{ \cos \sqrt{\prime} t + i \frac{\Omega}{\sqrt{\prime}} \sin \sqrt{\prime} t \right\} \\ U_{ab}(t) = U_{ba}(t) = i e^{i \frac{\mathcal{E}}{2} t} \frac{\mathcal{E}}{4 \sqrt{\prime}} \sin \sqrt{\prime} t \end{cases} \quad (1,17)$$

$$\text{où } \sqrt{\prime} = \sqrt{\left(\frac{\mathcal{E}}{4}\right)^2 + \Omega'^2} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2}{16} + (\Omega \mp \omega)^2}$$

Il subira des variations importantes au voisinage de $\Omega = \pm \omega$.

Anticrossings pairs en champ magnétique non nul.

Lorsqu'on analyse les croisements de niveaux qui ont lieu pour des valeurs plus grandes du champ magnétique, on constate que l'ordre du couplage entre niveaux croît rapidement. De plus, les différentes contributions peuvent se compenser. Pour illustrer cela, étudions le croisement au voisinage de $\Omega = + 2 \omega$ (fig. 8):

$$|a\rangle = |n-1, P, +1\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_a = -\omega + \Omega$$

$$|b\rangle = |n+3, P, -1\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_b = 3\omega - \Omega$$

reliés aux états:

$$|c\rangle = |n-2, S, 0\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_c = -2\omega + \omega_0$$

$$|d\rangle = |n, S, 0\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_d = 0 + \omega_0$$

$$|e\rangle = |n+2, S, 0\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_e = 2\omega + \omega_0$$

$$|g\rangle = |n+4, S, 0\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_g = 4\omega + \omega_0$$

L'interaction entre $|a\rangle$ et $|b\rangle$ est d'ordre 4, il faut encore ajouter les états intermédiaires

$$|\alpha\rangle = |n+1, P, +\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_\alpha = \omega + \Omega$$

$$|\beta\rangle = |n+1, P, -\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_\beta = \omega - \Omega$$

qui sont tous deux reliés aux états $|d\rangle$ et $|e\rangle$,

$$\begin{aligned} \hat{R}_{aa}(z) &= \langle a | \mathcal{H}_I | c \rangle \langle c | \mathcal{H}_I | a \rangle \frac{1}{z - E_c} + \langle a | \mathcal{H}_I | d \rangle \langle d | \mathcal{H}_I | a \rangle \frac{1}{z - E_d} \\ &= d^2 \left\{ \frac{1}{z - (\omega_0 - 2\omega)} + \frac{1}{z - (\omega_0)} \right\} \end{aligned}$$

au point de croisement $\gamma H_0 = 2\omega$, l'énergie moyenne vaut $z = +\omega$

$$\bar{R}_{aa} = d^2 \left\{ \frac{1}{-(\omega_0 - 3\omega)} + \frac{1}{-(\omega_0 - \omega)} \right\} \approx -\frac{2d^2}{\omega_0} \left(1 + \frac{2\omega}{\omega_0} \right)$$

et de manière analogue

$$\bar{R}_{bb} \approx -\frac{2d^2}{\omega_0} \left(1 - \frac{2\omega}{\omega_0} \right)$$

Ces expressions, valables lorsque $\omega \ll \omega_0$ montrent qu'il y a un léger déplacement du croisement de même signe que celui du champ magnétique.

Si ω est de l'ordre de grandeur de ω_0 (faisceau laser), il faut écrire

$$\bar{R}_{aa} = -2 d^2 \frac{(\omega_0 - 2\omega)}{(\omega_0 - \omega)(\omega_0 - 3\omega)}$$

$$\bar{R}_{bb} = -2 d^2 \frac{(\omega_0 + 2\omega)}{(\omega_0 + \omega)(\omega_0 + 3\omega)}$$

Ces expressions montrent que pour $\omega = \pm \omega_0, \pm \frac{1}{3} \omega_0$, nous n'avons plus de pseudo-transitions mais des transitions réelles à 1 ou 3 quantas ($W-1$). De plus, pour $\omega = \pm \frac{\omega_0}{2}$, l'un des deux déplacements s'annule. Ces situations sont toutefois pratiquement irréalisables: elles supposent en effet que le champ magnétique est tel que $\gamma H_0 \sim \omega_0$.

Pour calculer R_{ab} , il faut tenir compte du fait que l'énergie des états P dépend de Ω :

$$\begin{aligned} \hat{R}_{ab}(z) &= \langle a | \mathcal{H}_I | d \rangle \frac{1}{z - E_d} \langle d | \mathcal{H}_I | \alpha \rangle \frac{1}{z - E_\alpha} \langle \alpha | \mathcal{H}_I | e \rangle \frac{1}{z - E_e} \langle e | \mathcal{H}_I | b \rangle \\ &+ \langle a | \mathcal{H}_I | d \rangle \frac{1}{z - E_d} \langle d | \mathcal{H}_I | \beta \rangle \frac{1}{z - E_\beta} \langle \beta | \mathcal{H}_I | e \rangle \frac{1}{z - E_e} \langle e | \mathcal{H}_I | b \rangle \\ &= d^4 \left\{ \frac{1}{z - (\omega_0 - 2\omega)} \cdot \frac{1}{z - (\omega_0 + 2\omega)} \left(\frac{1}{z - (\omega + \Omega)} + \frac{1}{z - (\omega - \Omega)} \right) \right\} \end{aligned}$$

au point de croisement $z = \omega$ et $\Omega = 2\omega$, d'où il ressort que

$$\bar{R}_{ab} = \bar{R}_{ba} = 0$$

Le croisement reste donc accidentellement un croisement. Toutefois des résonances de cohérence sont possibles (A-3, F-2, G-2, P-2):

Le champ E parallèle à H n'induit que des transitions $\Delta m = 0$, et si l'excitation est cohérente, l'état $|n + 3, P, -1\rangle$ est relié par la perturbation à l'état $|n - 1, P, -1\rangle$:

$$|n + 3, P, -1\rangle \xrightarrow{\mathcal{H}_I} |n + 2, S, -1\rangle \xrightarrow{\mathcal{H}_I} |n + 1, P, -1\rangle \\ \xrightarrow{\mathcal{H}_I} |n, S, -1\rangle \xrightarrow{\mathcal{H}_I} |n - 1, P, -1\rangle$$

Eu égard à la petitesse du couplage dipolaire électrique, l'observation de ces résonances nécessiterait l'utilisation d'un champ électrique élevé (ou un accord favorable entre la raie étudiée et la longueur d'onde d'un puissant laser, voir paragraphe 2.2.).

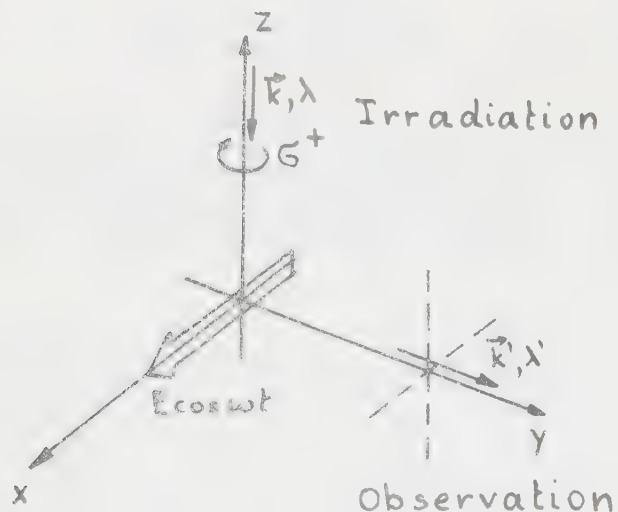
1.4.3. Observation des anticroisements en champ magnétique nul et non nul.

Excitation des atomes.

Nous exciterons à nouveau les atomes avec de la lumière $\mathcal{G}^+$ qui peuplera uniquement le niveau $|P, m = +1\rangle$ d'où la matrice $\mathcal{S}^0$:

$$\mathcal{S}^0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \end{matrix}$$

Fig. 9



et la matrice $\mathcal{S}(t)$

$$\mathcal{S}(t) = U(t) \mathcal{S}^0 U^\dagger(t)$$

$$\mathcal{S}(t) = \begin{pmatrix} U_{aa} U_{aa}^* & U_{aa} U_{ba}^* \\ U_{ba} U_{aa}^* & U_{ba} U_{ba}^* \end{pmatrix}$$

en remplaçant par la valeur de $U(t)$ il vient (1,13)

$$\mathcal{S}_{aa}(t) = \cos^2 \sqrt{\Gamma} t + \frac{4 \Omega^2}{\Gamma^2 + 4 \Omega^2} \sin^2 \sqrt{\Gamma} t$$

$$\mathcal{S}_{bb}(t) = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4 \Omega^2} \sin^2 \sqrt{\Gamma} t$$

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{ab}(t) &= - \frac{2 \Gamma \Omega}{\Gamma^2 + 4 \Omega^2} \sin^2 \sqrt{\Gamma} t - i \frac{\Gamma}{2 \sqrt{\Gamma}} \sin \sqrt{\Gamma} t \cos \sqrt{\Gamma} t \\ &= \mathcal{S}_{ba}^* \end{aligned}$$

Si nous tenons compte de l'émission spontanée nous obtenons finalement

$$\left| \begin{aligned} \overline{\mathcal{S}}_{aa} &= \frac{\Gamma^2 + \frac{\Gamma^2}{2} + 4 \Omega^2}{\Gamma^2 + \Gamma^2 + 4 \Omega^2} & \overline{\mathcal{S}}_{bb} &= \frac{\frac{\Gamma^2}{2}}{\Gamma^2 + \Gamma^2 + 4 \Omega^2} \\ \overline{\mathcal{S}}_{ab} &= \overline{\mathcal{S}}_{ba}^* = - \frac{\Gamma \Omega + i \frac{\Gamma^2}{2}}{\Gamma^2 + \Gamma^2 + 4 \Omega^2} \end{aligned} \right. \quad (1,18)$$

La comparaison des relations (1,13) et (1,17) nous montre que nous obtiendrons des expressions analogues pour la matrice densité en $\Omega = \frac{1}{2} \omega$. Il suffit de remplacer Ω par Ω' et Γ par $\Gamma/2$:

$$\left| \begin{array}{l} \overline{S}_{aa} = \frac{\Gamma^2 + \frac{\varepsilon^2}{8} + 4 \Omega'^2}{\Gamma^2 + \frac{\varepsilon^2}{4} + 4 \Omega'^2} \quad \overline{S}_{bb} = 1 - \overline{S}_{aa} \\ \overline{S}_{ab} = \overline{S}_{ba}^* = - \frac{\frac{\varepsilon}{2} \Omega' + i \frac{\varepsilon}{4} \Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\varepsilon^2}{4} + 4 \Omega'^2} \end{array} \right. \quad (1,19)$$

$$\Omega' = \Omega + \omega$$

Détection de la lumière de fluorescence.

L'observation se fera le long de l'axe Oy avec un photomultiplicateur qui détecte la composante de polarisation σ parallèle à Ox

(1,10)

$$\langle 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | 1 \rangle = - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\langle 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | 0 \rangle = 0$$

$$\langle 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | -1 \rangle = - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} I_{f1}^x &= I_0 \left\{ \frac{1}{2} (\overline{S}_{aa} + \overline{S}_{bb}) - \frac{1}{2} (\overline{S}_{ab} + \overline{S}_{ba}) \right\} \\ &= \frac{I_0}{2} \left\{ 1 - 2 \Re (\overline{S}_{ab}) \right\} \quad \Re = \text{partie réelle} \end{aligned}$$

On obtient ainsi la somme de trois courbes de dispersion centrées en $-\omega$, 0 et $+\omega$.

$$\begin{aligned} I_{f1} &= \frac{I_0}{2} \left\{ \text{constante} - \frac{\varepsilon (\Omega + \omega)}{\Gamma^2 + \frac{\varepsilon^2}{4} + 4(\Omega + \omega)^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\varepsilon\omega}{\Gamma^2 + \varepsilon^2 + 4\Omega^2} - \frac{\varepsilon (\Omega - \omega)}{\Gamma^2 + \frac{\varepsilon^2}{4} + 4(\Omega - \omega)^2} \right\} \end{aligned} \quad (1,20)$$

1.4.4. Vérification expérimentale

R. Benz (^{B-2}) a mis en évidence les anticroisements en champ magnétique nul et non nul sous l'action d'un champ électrique oscillant de fréquence $f = 201$ kHz.

Comme la largeur naturelle Γ du niveau 5^3P_1 du Cd est de 66 kHz, les trois courbes de dispersion se recouvrent en partie, ce qui rend l'observation très délicate. Nous avons calculé à l'aide de la relation (1,20) la forme de la lumière de fluorescence en fonction du carré de l'intensité du champ électrique. L'étude des courbes obtenues en fonction du paramètre

$$\frac{\xi}{\Gamma} = 4 \frac{|\langle P | \vec{E} | S \rangle|^2}{\Gamma \cdot \omega_0}$$

montre que pour la fréquence choisie, la courbe de dispersion centrale tend à disparaître pour les valeurs élevées du champ électrique.

La figure 10 permet la comparaison entre le résultat obtenu par Benz et la courbe théorique pour $\frac{\xi}{\Gamma} = 1$. L'accord est satisfaisant.

Remarque

Les calculs que nous avons présentés décrivent la composante continue du signal. Or le phénomène a été observé par Benz sur la partie du signal modulée à la fréquence 2ω . De fait, Cohen-Tannoudji a montré dans un article récent, (^{C-2}) que les propriétés intrinsèques des résonances apparaissant sur les signaux modulés (position, élargissement, déplacement) sont les mêmes que celles relatives au signal continu. Les résultats ci-dessus en sont la confirmation.

Observation des anticroisements en champ
magnétique nul ($\Omega=0$) et non nul ($\Omega=\pm\omega$)

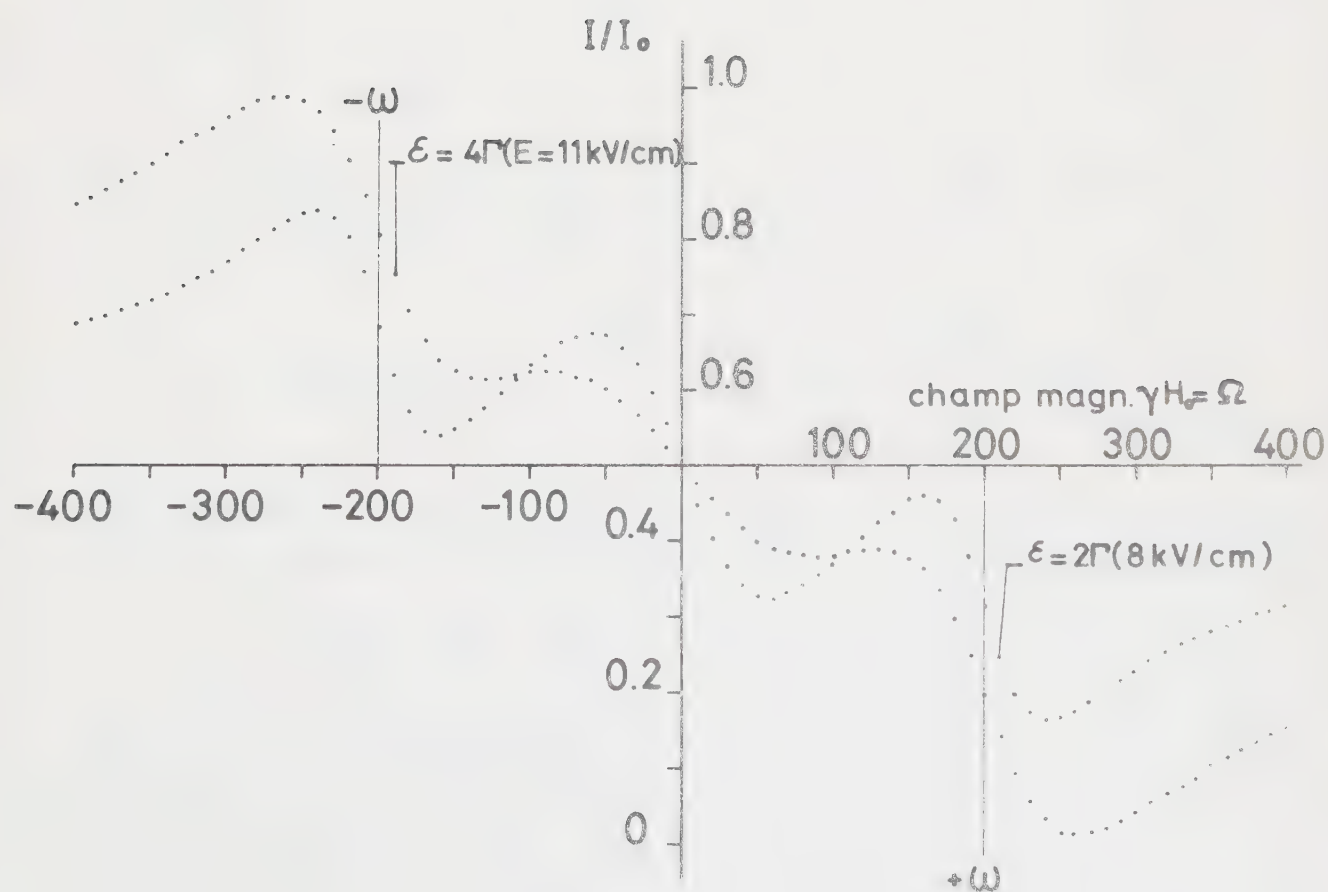
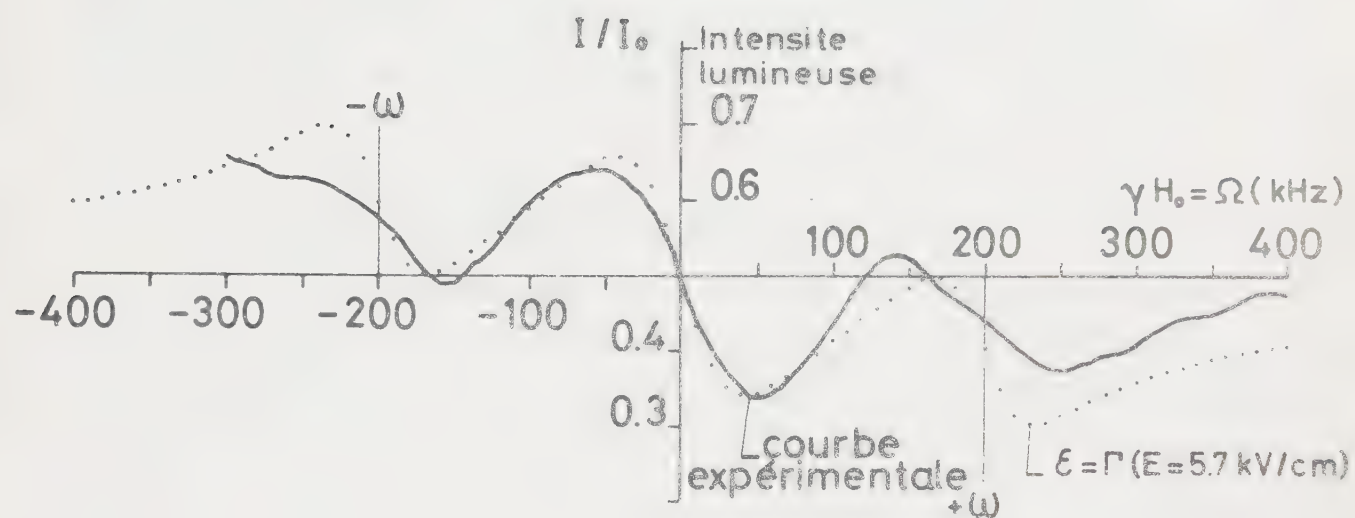


Fig.10

1.4.5. Appendice mathématique.

Les techniques de calcul basées sur l'utilisation de la résolvante sont exposées de façon particulièrement claire dans le cours de troisième cycle: "Compléments de Mécanique Quantique" de C.Cohen-Tannoudji, E.N.S., Paris. Le résumé qui suit passe sous silence beaucoup de détails importants.

a) L'opérateur d'évolution $U(t_1-t_0)$

L'évolution d'un système peut se décrire à l'aide de l'opérateur d'évolution $U(t_1-t_0)$ qui permet de trouver l'état $|\Psi(t_1)\rangle$ du système à l'instant t_1 lorsqu'on connaît l'état $|\Psi(t_0)\rangle$ du système à l'instant t_0 :

$$|\Psi(t_1)\rangle = U(t_1-t_0) |\Psi(t_0)\rangle$$

L'opérateur $U(t_1-t_0)$ est solution de l'équation de Schrödinger ($\hbar = 1$)

$$(i \partial_t - \mathcal{H}) U(t_1-t_0) = 0 \quad (A, 1)$$

dont la solution est, lorsque $\mathcal{H}$ est indépendant du temps (ce que nous admettons dans tout ce qui suit):

$$U(t_1-t_0) = e^{-i \mathcal{H} (t_1-t_0)} = e^{-i \mathcal{H} t} = U(t) \quad (A, 2)$$

Nous poserons $t = t_1 - t_0$.

$\mathcal{H}$ est un Hamiltonien composé de $\mathcal{H}_0$ et d'une perturbation $\mathcal{H}_I$

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I$$

on aurait alors de même pour $\mathcal{H}_0$

$$(i \partial_t - \mathcal{H}_0) U^0(t) = 0$$

$$U^0(t) = e^{-i\mathcal{H}_0 t}$$

L'opérateur $U(t)$ peut alors se calculer à partir de $U^0(t)$ par une relation intégrale ($M-3$).

$$U(t) = U^0(t) + \frac{1}{i} \int_0^t dt U^0(t, \tau_1) \mathcal{H}_I U(\tau_1, 0)$$

qui devient par itération

$$U(t) = \sum_{n=0}^{\infty} U^{(n)}(t) \quad (A, 3)$$

avec

$$U^{(n)}(t) = \left(\frac{1}{i}\right)^n \int_{0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_n < t} d\tau_n d\tau_{n-1} \dots d\tau_1 U^0(t, \tau_n) \mathcal{H}_I U^0(\tau_n, \tau_{n-1}) \mathcal{H}_I \dots U^0(\tau_1, 0)$$

Dans ces intégrales successives, les temps sont ordonnés et tous compris entre t et 0 .

b) L'opérateur fonction de Green.

Dans le but de donner une formulation mathématique plus simple de l'équation (A,3), on définit l'opérateur fonction de Green retardé K_+ (et K_+^0) :

$$K_+(t) = U(t) \Theta(t) \quad (A, 4)$$

$$K_+^0(t) = U^0(t) \Theta(t)$$

où $\Theta(t)$ est la fonction échelon de Heaviside.

$$\Theta(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

$U(t)$ est solution de l'équation de Schrödinger (A, 1). De ce fait, $K_+(t)$ peut aussi être défini par le couple d'équations:

$$\left\{ \begin{array}{l} (i \partial_t - \mathcal{H}) K_+(t) = i \delta(t) \\ K_+(t) = 0 \quad \text{si} \quad t < 0 \end{array} \right\} \quad (\text{A}, 5)$$

On pourrait de même définir l'opérateur fonction de Green avancé $K_-(t)$ en prenant comme seconde relation:

$$K_-(t) = 0 \quad \text{si} \quad t > 0 \quad (\text{A}, 6)$$

Les équations (A, 3) deviennent maintenant pour les opérateurs K_+ :

$$K_+(t) = \sum_{n=0}^{\infty} K^{(n)}(t) \quad (\text{A}, 7)$$

avec

$$K^{(n)}(t) = \left(\frac{1}{i}\right)^n \int d\tau_n d\tau_{n-1} d\tau_{n-2} \dots d\tau_1 K_+^0(t, \tau_n) \mathcal{H}_1 K_+^0(\tau_n, \tau_{n-1}) \dots \mathcal{H}_1 K_+^0(\tau_1, 0)$$

où les intégrales successives vont toutes de $-\infty$ à $+\infty$.

De plus, de (A, 3) et (A, 5), on tire:

$$U(t) = K_+(t) + K_-(t) \quad (\text{A}, 8)$$

c) Le propagateur $G_+(E)$.

Les relations (A, 7) sont encore d'un maniement délicat. Dans le but d'établir des relations plus simples, nous envisageons une transformation unitaire en définissant le propagateur $G_+(E)$ comme la transformée de Fourier de l'opérateur fonction de Green $K_+(t)$.

$$G_+(E) = -i \lim_{\varepsilon \rightarrow 0_+} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i E t - \varepsilon t} K_+(t) dt \quad (\text{A}, 9)$$

où ε est un facteur de convergence

L'expression ci-dessus devient, en utilisant les relations (A, 3) et (A, 2):

$$G_+(E) = -i \lim_{\varepsilon \rightarrow 0_+} \int_0^{\infty} e^{i (E + i\varepsilon - \mathcal{H}) t} dt$$

Cette relation est la limite de l'expression:

$$G_+(E) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0_+} \frac{1}{E + i\varepsilon - \mathcal{K}} \quad (A,10)$$

d) Le propagateur $G(z)$ (ou résolvante $G(z)$).

$K_+(t)$ est la transformée inverse de $G_+(E)$:

$$K_+(t) = - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-iEt} G_+(E) dE$$

qui devient, en tenant compte de (A,10)

$$K_+(t) = + \frac{1}{2\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0_+} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-iEt} \frac{1}{E + i\varepsilon - \mathcal{K}} dE$$

$$K_+(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{C_+} e^{-izt} \frac{1}{z - \mathcal{K}} dz$$

où C_+ est la demi-droite parallèle à l'axe réel infiniment proche de celui-ci et contenue dans le plan supérieur.

$$K_+(t) = + \frac{1}{2\pi} \int_{C_+} e^{-izt} G(z) dz$$

Le propagateur $G(z)$ est l'opérateur résolvante défini par la relation

$$G(z) = \frac{1}{z - \mathcal{K}} \quad (A,11)$$

On trouverait de même pour $K_-(t)$

$$K_-(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{C_-} e^{-izt} G(z) dz$$

où C_- est la demi-droite parallèle à l'axe réel infiniment proche de celui-ci et contenue dans le demi-plan inférieur.

Nous pouvons alors exprimer l'opérateur d'évolution en fonction du propagateur $G(z)$:

$$U(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{C_+ + C_-} e^{-izt} G(z) dz \quad (A,12)$$

Cette dernière intégrale s'opère souvent aisément par la méthode des résidus, et conduit alors à un calcul beaucoup plus simple que celui de l'expression (A, 3).

Développement en série du propagateur $G(z)$

En introduisant le propagateur $G_0(z) = \frac{1}{z - \mathcal{H}_0}$ et en tenant compte de la relation entre opérateurs:

$$\frac{1}{z - \mathcal{H}_0} - \frac{1}{z - \mathcal{H}} = \frac{1}{z - \mathcal{H}} \left[(z - \mathcal{H}_0) - (z - \mathcal{H}) \right] \frac{1}{z - \mathcal{H}_0}$$

puis en itérant l'expression trouvée, il vient:

$$G(z) = G_0(z) + G_0 \mathcal{H}_I G_0 + \dots + G_0 (\mathcal{H}_I G_0)^n + \dots$$

$$G(z) = \sum_{n=0}^{\infty} G_0(z) (\mathcal{H}_I G_0(z))^n \quad (A, 13)$$

Cette dernière relation peut se représenter diagrammatiquement comme suit



où chaque vertex représente l'interaction $\mathcal{H}_I$.

e) Projection du propagateur $G(z)$ dans un sous-espace à deux dimensions.

Il arrive souvent que seuls deux états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ subissent des modifications importantes. On introduit alors le projecteur P_0 qui projette sur les états non perturbés $|a\rangle$ et $|b\rangle$ et Q_0 le projecteur complémentaire:

$$P_0 = |a\rangle\langle a| + |b\rangle\langle b|$$

$$Q_0 = \mathbf{1} - P_0 \quad (A,14)$$

La partie intéressante du propagateur $G(z)$ est alors donnée par sa projection dans le sous-espace $\{a, b\}$:

$$P_0 G(z) P_0 = \hat{G}(z) = \begin{pmatrix} \hat{G}_{aa}(z) & \hat{G}_{ab}(z) \\ \hat{G}_{ba}(z) & \hat{G}_{bb}(z) \end{pmatrix}$$

en partant de l'identité $(z - \mathcal{H}) G(z) = \mathbf{1}$, on peut montrer que $\hat{G}(z)$ sst donné par l'expression

$$\hat{G}(z) = \frac{1}{\begin{bmatrix} z-E_a - \hat{R}_{aa}(z) & \hat{R}_{ab}(z) \\ \hat{R}_{ba}(z) & z-E_b - \hat{R}_{bb}(z) \end{bmatrix}} \begin{pmatrix} z-E_b - \hat{R}_{bb}(z) & -\hat{R}_{ba}(z) \\ -\hat{R}_{ab}(z) & z-E_a - \hat{R}_{aa}(z) \end{pmatrix} \begin{matrix} a \\ b \end{matrix}$$

avec pour $\hat{R}(z)$ (A,15)

$$\begin{aligned} \hat{R}(z) &= P_0 \mathcal{H}_I P_0 - P_0 \mathcal{H}_I Q_0 \frac{1}{Q_0 (z - \mathcal{H}_0) Q_0} Q_0 \mathcal{H}_I P_0 \\ &= P_0 \mathcal{H}_I P_0 - P_0 \mathcal{H}_I Q_0 \frac{1}{Q_0 (z - \mathcal{H}_0) Q_0} Q_0 \mathcal{H}_I P_0 \\ &\quad - P_0 \mathcal{H}_I Q_0 \frac{1}{Q_0 (z - \mathcal{H}_0) Q_0} Q_0 \mathcal{H}_I Q_0 \frac{1}{Q_0 (z - \mathcal{H}_0) Q_0} Q_0 \mathcal{H}_I P_0 \\ &\quad - \dots \end{aligned} \quad (A,16)$$

Chaque fois que ce sera possible, on simplifiera encore le calcul de $\hat{R}(z)$ en remplaçant z par la valeur moyenne des énergies des états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ au point de croisement de ces états.

Démontrons les relations (A,15) et (A,16) :

$$(z - \mathcal{K}) G(z) = 1$$

en multipliant à gauche et à droite par P_0 , ou à gauche par Q_0 et à droite par P_0 , on obtient les deux expressions:

$$(G(z) = G)$$

$$P_0(z - \mathcal{K}) P_0 P_0 G P_0 - P_0 \mathcal{K}_I Q_0 Q_0 G P_0 = P_0$$

$$Q_0(z - \mathcal{K}) P_0 P_0 G P_0 - Q_0(z - \mathcal{K}) Q_0 Q_0 G P_0 = 0$$

on peut en tirer l'expression suivante pour $P_0 G(z) P_0$:

$$\begin{aligned} P_0 G(z) P_0 &= \frac{P_0}{P_0(z - \mathcal{K}) P_0 - P_0 \mathcal{K}_I Q_0 \frac{1}{Q_0(z - \mathcal{K}) Q_0} Q_0 \mathcal{K}_I P_0} \\ &= \frac{P_0}{P_0(z - \mathcal{K}_0) P_0 - P_0 \mathcal{K}_I P_0 - P_0 \mathcal{K}_I Q_0 \frac{1}{Q_0(z - \mathcal{K}) Q_0} Q_0 \mathcal{K}_I P_0} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{P_0 R(z) P_0} \\ P_0 G(z) P_0 &= \frac{P_0}{P_0(z - \mathcal{K}_0) P_0 - P_0 R(z) P_0} \end{aligned}$$

le dénominateur de cette expression est la matrice

$$(P_0 R(z) P_0 = \hat{R}(z)):$$

$$\begin{pmatrix} z - E_a - \hat{R}_{aa} & - \hat{R}_{ab} \\ - \hat{R}_{ba} & z - E_b - \hat{R}_{bb} \end{pmatrix}$$

et $\hat{G}(z)$ est la matrice inverse donnée par la relation (A,15).

Pour calculer $\hat{R}(z)$, nous développons $\frac{1}{Q_0(z - \mathcal{K}) Q_0}$ en utilisant à nouveau la relation entre opérateurs:

$$\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{1}{B} (B - A) \frac{1}{A}$$

$$A = Q_0(z - \mathcal{K})Q_0 = Q_0(z - \mathcal{K}_0)Q_0 - Q_0\mathcal{K}_1Q_0$$

$$B = Q_0(z - \mathcal{K}_0)Q_0$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Q_0(z - \mathcal{K})Q_0} &= \frac{1}{Q_0(z - \mathcal{K}_0)Q_0} + \frac{1}{Q_0(z - \mathcal{K}_0)Q_0} Q_0\mathcal{K}_1Q_0 \frac{1}{Q_0(z - \mathcal{K})Q_0} \\ &= \frac{1}{Q_0(z - \mathcal{K}_0)Q_0} + \frac{1}{Q_0(z - \mathcal{K}_0)Q_0} Q_0\mathcal{K}_1Q_0 \frac{1}{Q_0(z - \mathcal{K}_0)Q_0} \\ &\quad + \dots \end{aligned}$$

d'où l'expression donnée pour $\hat{R}(z)$.

1.5. Création d'orientation par action d'un champ électrique sur une vapeur alignée.

1.5.1. Définitions, propriétés essentielles.

Considérons un système de spin unité, par exemple. Les trois sous-niveaux Zeeman $m = 0, \pm 1$ peuvent être peuplés sélectivement en irradiant en lumière π , σ^+ ou σ^- ou, au contraire, de façon cohérente en irradiation σ par exemple

On dira que le système atomique est orienté si la valeur moyenne du moment cinétique $\langle J_z \rangle$ selon l'axe Oz est non nulle ($\langle J_z \rangle \neq 0$: orientation longitudinale. Si $\langle J_x \rangle$ ou $\langle J_y \rangle \neq 0$ on parlera d'orientation transversale). Les populations des sous-niveaux $\pm m$ sont alors différentes et si l'état en question est un état excité susceptible de réémettre de la lumière par fluorescence, les composantes circulaires σ^+ et σ^- de la lumière réémise auront des intensités différentes.

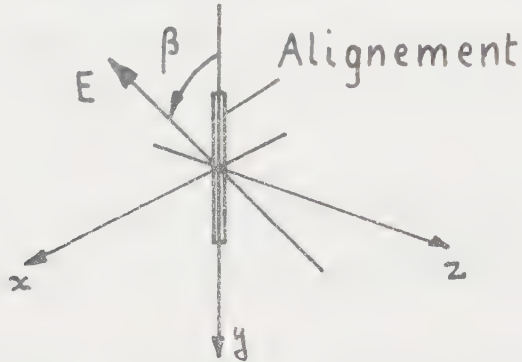
On dira que le système atomique est aligné lorsque les valeurs moyennes $\langle J_x \rangle$, $\langle J_y \rangle$ et $\langle J_z \rangle$ sont nulles mais que $\langle J_x^2 \rangle$, $\langle J_x J_y + J_y J_x \rangle$ etc... sont différentes de leurs valeurs isotropes (respectivement $\frac{J(J+1)}{3}$ ou zéro).

Cette situation peut s'obtenir dans un état excité par exemple en peuplant également les sous-niveaux $+1$ et -1 par excitation cohérente σ .

Sous l'action d'un champ magnétique, orientation et alignement évoluent toujours de manière indépendante et ce n'est que récemment ($L-1, L-2$) que l'on s'est rendu compte que la présence d'un champ électrique convenablement orienté pouvait coupler ces grandeurs. Comme l'a montré Lombardi ($L-3, L-4$), ceci tient aux symétries particulières de E et de H .

Considérons une vapeur atomique alignée dans l'état excité (par excitation cohérente σ par exemple). Son état de symétrie est celui d'une droite (symétrie axiale). Soumettons alors le système à l'action d'un champ électrique statique (qui peut être la partie statique de E^2 lorsque le champ est oscillant puisque l'effet Stark est quadratique) dont la direction par rapport à l'alignement est repéré par un angle β .

Fig. 11

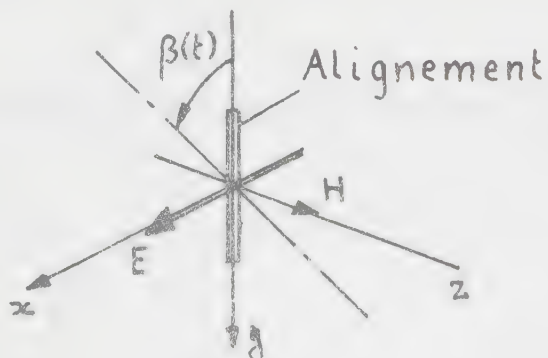


Il y a création d'orientation pour toute valeur de β différente de zéro ou de $\pi/2$ avec un maximum prononcé pour $\beta = \pi/4$.

La loi de variation est en $\sin 2\beta$ (C^{-1}).

En fait, il est encore possible de créer de l'orientation à partir d'alignement lorsque $\beta = 0$ ou $\pi/2$. Il suffit d'appliquer un champ magnétique convenablement orienté: par précession de Larmor, l'alignement va tourner autour du champ magnétique et l'angle qu'il forme par rapport au champ électrique va dépendre du temps. Si cet angle devient voisin de $\pi/4$ en un temps convenable par rapport au temps de vie de l'atome dans l'état excité, il y aura à nouveau création d'orientation. On voit immédiatement que H doit être perpendiculaire au plan qui contient l'alignement et le champ électrique (ou du moins posséder une composante non nulle dans cette direction) :

Fig. 12



En fonction du champ magnétique, l'orientation créée varie donc comme une courbe de dispersion centrée en $H = 0$. Ceci peut se montrer très simplement à partir des résultats obtenus au paragraphe 1.4.2.

1.5.2. Création d'orientation en champs électrique et magnétique perpendiculaires l'un à l'autre.

Les conditions expérimentales sont identiques à celles du paragraphe 1.4. Seules diffèrent l'excitation et la détection.

L'excitation se fait en lumière $\mathcal{G}$, $\vec{e}_\lambda // \vec{E}$. C'est donc une excitation cohérente qui crée un alignement parallèle à $\vec{E}$.

La détection se fait en lumière $\mathcal{G}^+$ (ou $\mathcal{G}^-$), la direction de quantification est l'axe Oz qui supporte H .

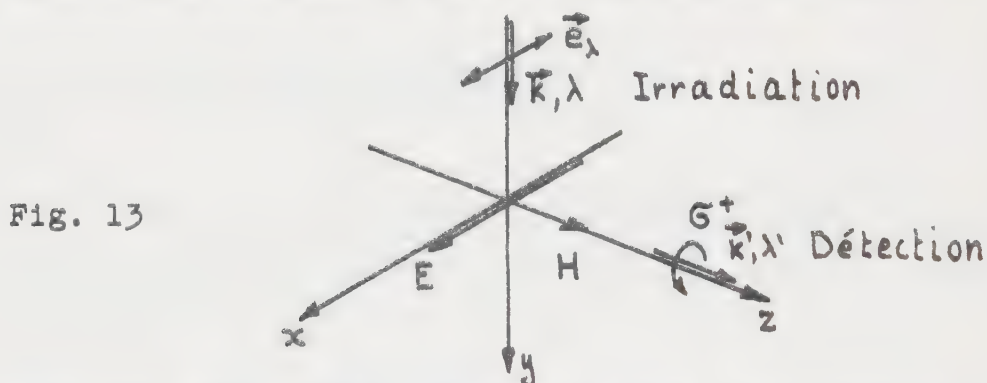


Fig. 13

Dans ces conditions, les seuls états intéressants sont à nouveau les états $m = \pm 1$ de 3P_1 désignés comme précédemment par $|a\rangle$ et $|b\rangle$. La matrice $\mathcal{G}(t = 0)$ s'écrit dans cette base (1, 6)

$$\mathcal{G}(t = 0) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1,21)$$

L'opérateur d'évolution permet à nouveau de trouver $\mathcal{G}(t)$

$$\mathcal{G}(t) = U(t) \mathcal{G}(t = 0) U^\dagger(t)$$

$$\rho_{aa}(t) = 1 - \rho_{bb}(t) = \frac{1}{2} \left\{ U_{aa} U_{aa}^* - U_{aa} U_{ab}^* - U_{ab} U_{ab}^* + U_{ab} U_{ab}^* \right\}$$

$$\rho_{ab}(t) = \rho_{ba}^*(t) = \frac{1}{2} \left\{ U_{aa} U_{ab}^* - U_{aa} U_{bb}^* - U_{ab} U_{ab}^* + U_{ab} U_{bb}^* \right\}$$

et finalement

$$\rho_{aa}(t) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{2 \varepsilon \Omega}{\varepsilon^2 + 4 \Omega^2} (1 - \cos 2\sqrt{\Gamma} t) \right\}$$

$$\rho_{ab}(t) = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{2 \varepsilon \Omega}{\varepsilon^2 + 4 \Omega^2} + \frac{4 \Omega^2}{\varepsilon^2 + 4 \Omega^2} \cos 2\sqrt{\Gamma} t - i \frac{\Omega}{\sqrt{\Gamma}} \sin 2\sqrt{\Gamma} t \right\}$$

Tenons compte, comme précédemment, de l'émission spontanée.

Il vient

$$\bar{\rho}_{aa} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{2 \varepsilon \Omega}{\Gamma^2 + \varepsilon^2 + 4 \Omega^2} \right\}$$

$$\bar{\rho}_{ab} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\Gamma^2 + \varepsilon^2 - 2 i \Omega \Gamma}{\Gamma^2 + \varepsilon^2 + 4 \Omega^2} \right\}$$

où ε , Ω et Γ ont la signification habituelle (1.3.)

Le vecteur polarisation lumineuse $\vec{e}_\lambda$ s'écrit, pour une détection $\mathcal{G}^+$

$$\vec{e}_\lambda = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{x} - i \vec{y})$$

ce qui, compte tenu de (1,9) et (1,10), donne pour la lumière de fluorescence :

$$I_{fl}^{\mathcal{G}^+} = \frac{I_0}{2} \left\{ 1 + \frac{2 \varepsilon \Omega}{\Gamma^2 + \varepsilon^2 + 4 \Omega^2} \right\} \quad (1,22)$$

ce qui est bien une courbe de dispersion centrée en $\Omega = \chi H_0 = 0$ et décrit correctement le résultat des mesures effectuées par Lombardi (^{L-4}). Cet auteur donne, pour l'élément de la matrice densité exprimé en notation tensorielle:

$$G_o^{(1)} = \frac{-2\sqrt{3} \alpha E^2 \omega_e}{T^2 + \frac{3}{2} \alpha^2 E^4 + 4\omega_e^2}$$

expression que nous pouvons comparer à $\overline{S}_{bb} - \overline{S}_{aa}$:

$$\overline{S}_{bb} - \overline{S}_{aa} = \frac{-2 \varepsilon \Omega}{T^2 + \varepsilon^2 + 4 \Omega^2}$$

Aux notations près, ces deux expressions sont identiques.

1.5.3. "Création" d'alignement par action d'un champ électrique sur une vapeur orientée.

Revenons aux expériences telles qu'elles sont décrites au paragraphe 1.4. Le système atomique est excité en lumière G^+ et la détection se fait en polarisation G :
On cherche donc à détecter la "création" d'alignement à partir d'orientation. Les propriétés essentielles doivent être les mêmes que celles de l'opération inverse, c'est-à-dire qu'en champ magnétique nul, l'orientation créée doit faire un angle de 45° avec le champ électrique $\vec{E}$ et être contenue dans le plan perpendiculaire à l'axe d'irradiation. C'est la raison pour laquelle on obtient des courbes de dispersion lorsque l'observation se fait le long de $\vec{E}$ ou le long de l'axe perpendiculaire à $\vec{E}$ et à la direction d'irradiation, et des courbes de résonances lorsque la direction d'observation fait un angle de $\pm 45^\circ$ avec le support de $\vec{E}$ (fig.14). Ces expériences montrent également, mais de manière peut-être moins spectaculaire que celles de Lombardi, le couplage introduit par le champ $\vec{E}$ entre états d'orientation et d'alignement.

"CREATION" D'ALIGNEMENT A PARTIR D'ORIENTATION

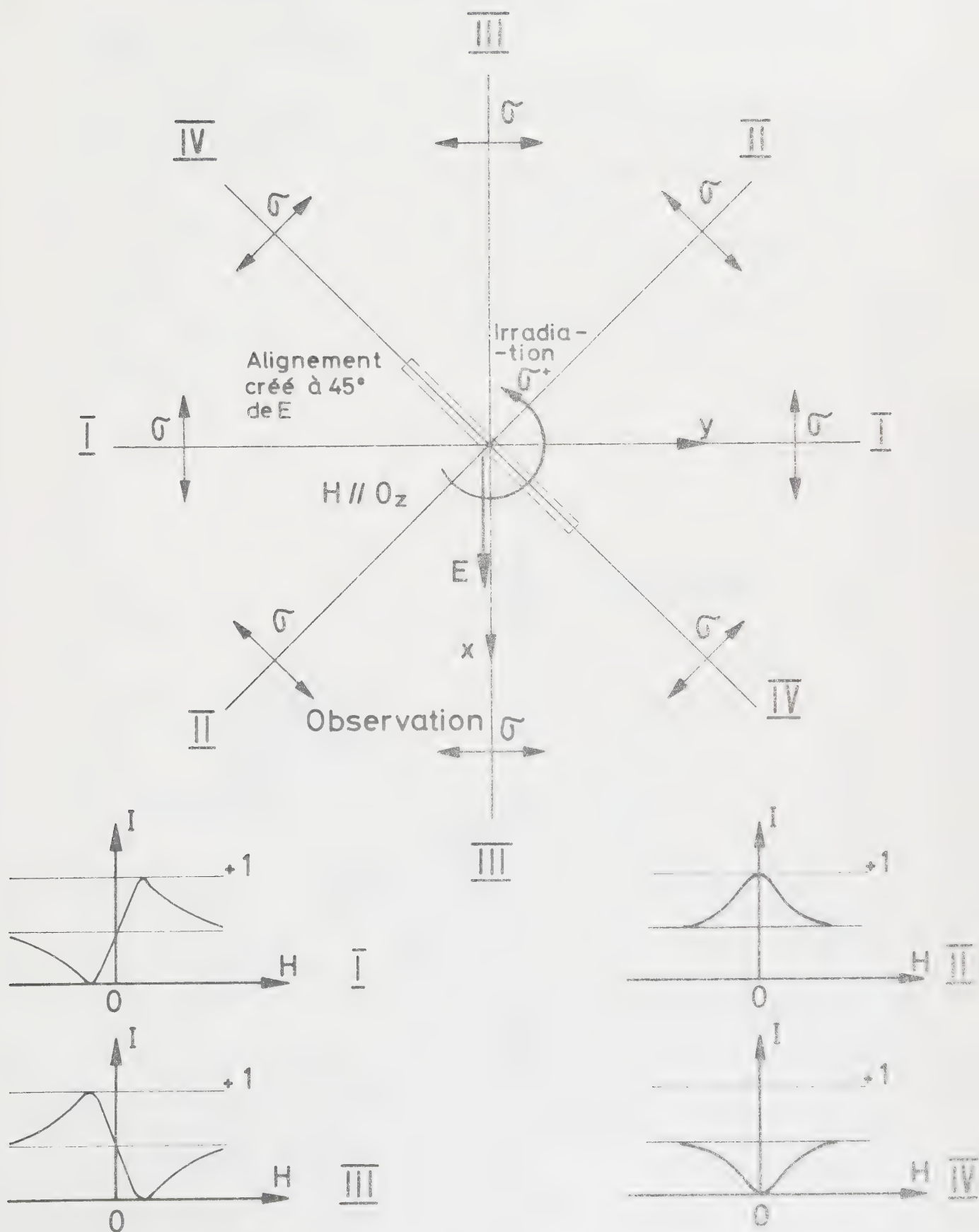


Fig. 14

1.5.4. Effet Hanle en "excitation incohérente" en présence d'un champ électrique.

Description de l'expérience (G-3)

A un champ magnétique lentement variable H est superposé un champ électrique $\vec{E}$ dont le support fait un angle de 45° avec celui de H . La lumière d'excitation est polarisée linéairement. Sa direction de polarisation est parallèle à H . Le niveau atomique est de moment cinétique $J = 1$ (niveau 5^3P_1 du Cd), c'est donc une excitation Π (par rapport à H). L'observation se fait, pour des raisons d'appareillage, le long de l'axe Ox en polarisation cohérente σ parallèle à Oy ou à Oz .

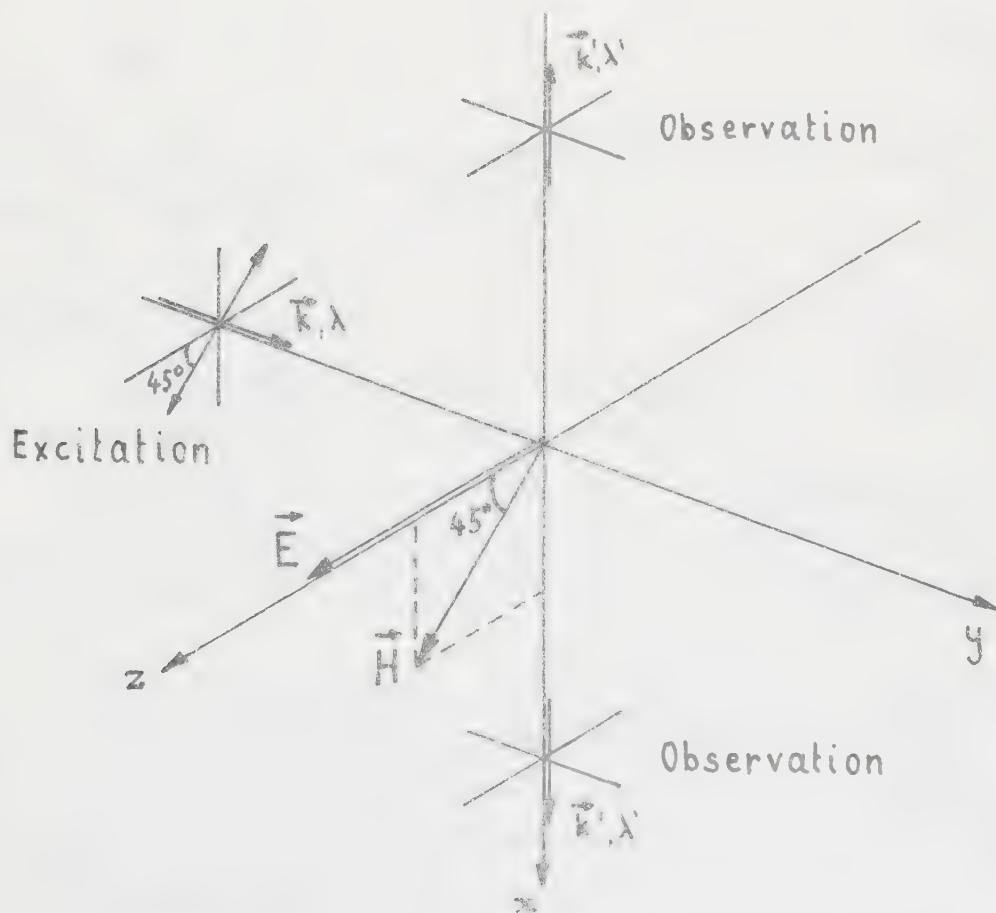


Fig. 15

En l'absence de champ électrique, l'intensité de la lumière de fluorescence ne varie pas en fonction de l'intensité de H : elle est nulle en observation $\vec{e}_\lambda // Oy$ (et vaut $\frac{1}{2}I_0$ en observation $\vec{e}_\lambda // Oz$).

En présence du champ électrique on observe, au contraire, une courbe de résonance qui se déforme fortement pour les grandes valeurs du champ magnétique:

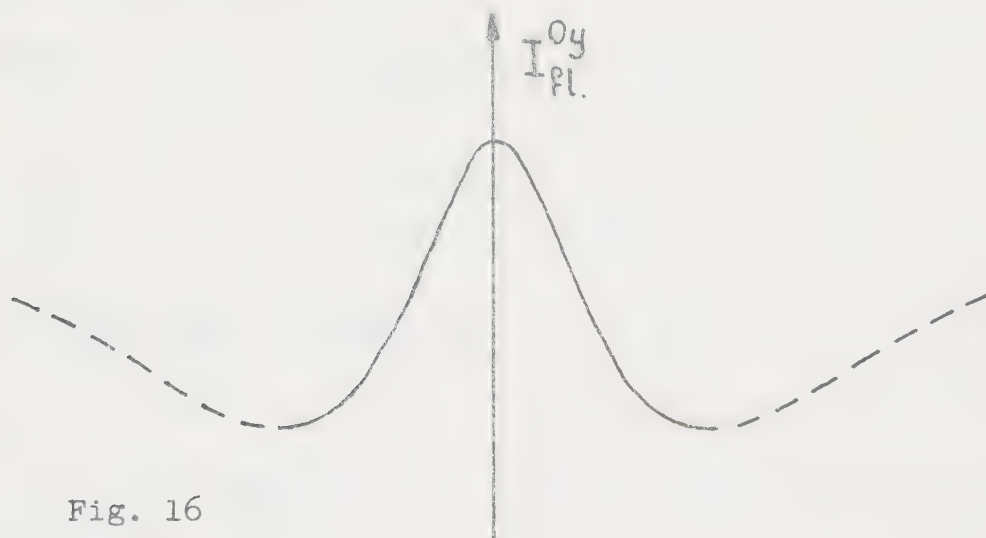


Fig. 16

La partie centrale se rapproche énormément d'une courbe de dépolarisation magnétique (effet Hanle).

Interprétation physique.

Ce phénomène s'interprète aisément au vu des résultats exposés dans les paragraphes précédents.

En champ magnétique nul, il y a création d'orientation puisque l'alignement créé à l'excitation et le champ électrique sont à 45° . Le support de cette orientation est l'axe Oy .

Dans un champ magnétique faible, seule cette orientation va précesser autour du champ magnétique et donner lieu à un effet Hanle. Pour des valeurs plus importantes de H , nous verrons que le phénomène est de plus en plus perturbé par le couplage dipolaire magnétique que H introduit entre les sous-niveaux $0, \pm 1$ de 3P_1 .

Traitement mathématique.

Nous résoudrons ce problème dans le formalisme de la matrice densité (C^{-4}).

L'axe de quantification Oz sera choisi parallèle à $\vec{E}$ et les états de base seront ceux du système atomique en présence du champ électrique.

Hamiltonien: $\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_{\text{atomique}} + \mathcal{H}_{\text{Stark}}$

états $|P, \pm 1\rangle$ d'énergie $E_0^{\pm} = 0$
 $|P, 0\rangle$ d'énergie $E_0^0 = +\beta$

β est la séparation d'énergie par effet Stark.

$$\beta = A E^2 \quad A = 0,2 \text{ Hz (kV/m)}^{-2} \text{ (F-1)}$$

Le champ magnétique H (fig. 15) peut se décomposer selon les axes Oz et Ox :

La composante $H/\sqrt{2}$ parallèle au champ E produit un effet Zeeman $m \gamma H/\sqrt{2} = m\Omega/\sqrt{2}$

La composante $H/\sqrt{2}$ perpendiculaire au champ E couplera uniquement, au premier ordre, les sous-niveaux $m = 0, \pm 1$ de 5^3P_1 . Les éléments de matrice seront ceux du couplage dipolaire magnétique

$$\gamma \frac{H}{\sqrt{2}} \langle 0 | J_x | \pm 1 \rangle = \frac{\gamma H}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\gamma H}{2} = \frac{\Omega}{2}$$

L'Hamiltonien total s'écrira donc

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{Zeeman}} + \mathcal{H}_{\text{couplage}}$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} \frac{\Omega}{\sqrt{2}} & \frac{\Omega}{2} & 0 \\ \frac{\Omega}{2} & \beta & \frac{\Omega}{2} \\ 0 & \frac{\Omega}{2} & -\frac{\Omega}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{matrix} +1 \\ 0 \\ -1 \end{matrix}$$

Cherchons les énergies des états propres: elles sont les solutions de l'équation du 3^{ème} degré:

$$-\lambda^3 + \lambda^2\beta + \lambda\Omega^2 - \beta \frac{\Omega^2}{2} = 0$$

On obtient, à cause de la symétrie du champ H, une équation du second degré lorsqu'on exprime Ω en fonction de λ :

$$\Omega = \pm \lambda \sqrt{\frac{\lambda - \beta}{\lambda - \frac{\beta}{2}}}$$

L'aspect des niveaux d'énergie perturbés est donné sur la fig. 17. On voit que les niveaux $| \pm 1 \rangle$ continuent à se croiser en champ magnétique nul. La pente à l'origine n'est pas ± 1 mais $\frac{\Delta\lambda}{\Delta\Omega} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ceci provient du fait qu'au voisinage de $H = 0$ seule la composante de $\underline{H}$ parallèle à $\underline{E}$ produit un effet Zeeman. Les niveaux $|0\rangle$ et $| \pm 1 \rangle$ s'anticroisent. L'écart minimum d'énergie a lieu pour $\frac{\Omega}{\beta} = 0,4$

Le maniement de ces solutions est malaisé. Il est donc tout indiqué de résoudre le problème numériquement à l'aide d'un ordinateur.

Résolution numérique par ordinateur.

Ecrivons tout d'abord l'équation pilote (C^{-4}) dont la solution décrit le comportement du système:

$$i \dot{\xi} = [\mathcal{H}, \xi] - i \Gamma \xi + i I \xi^0 \quad (1,23)$$

Γ est l'inverse du temps de vie, I est proportionnel à l'intensité lumineuse excitatrice et ξ^0 est la matrice densité relative à l'excitation lumineuse.

L'état stationnaire s'obtient en posant $\dot{\xi} = 0$ et les solutions $\xi_{\mu\mu'}^{\text{stat.}}$ prennent une forme particulièrement

simple lorsque l'équation pilote est écrite dans la base des états $|\mu\rangle$ qui diagonalisent l'Hamiltonien:

$$S_{\mu\mu'}^{\text{stat}} = S_{\mu\mu'}^0 \frac{\Gamma}{\Gamma + i(E_{\mu} - E_{\mu'})} \quad (1,24)$$

E_{μ} est l'énergie du système atomique dans l'état $|\mu\rangle$. La grandeur essentielle du système atomique est la largeur naturelle Γ du niveau 5^3P_1 . Nous exprimons la précession de Larmor Ω et l'énergie Stark β en fonction de Γ :

$$\begin{aligned} \Omega &= k_{\Omega} \Gamma & -10\Gamma < k_{\Omega} \leq +10\Gamma \\ \beta &= k_{\beta} \Gamma & 0 \leq k_{\beta} < 10\Gamma \end{aligned}$$

La méthode de résolution découle directement de ces propriétés et les étapes du calcul sont les suivantes:

a) diagonalisation de $\mathcal{H}$

Nous cherchons la matrice S telle que

$$\mathcal{H}_{\text{diag}} = S \mathcal{H} S^{-1}$$

cette matrice permet de construire les états $|\mu\rangle$ qui diagonalisent $\mathcal{H}$:

$$|\mu\rangle = S |m\rangle$$

b) construction de $S_{mm'}^{\text{stat}}$

Nous calculons d'abord $S_{\mu\mu'}^0$

$$S_{\mu\mu'}^0 = S S_{mm'}^0 S^{-1}$$

puis $S_{\mu\mu'}^{\text{stat}}$ par la relation (1,24) puis enfin $S_{mm'}^{\text{stat}}$

$$\sum_{mm'}^{\text{stat}} = S^{-1} \sum_{\mu\mu'}^{\text{stat}} S$$

c) calcul de la lumière de fluorescence par la relation

$$I_{fl} = A \sum_{m,m'} \langle 0 | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | m \rangle \langle m | \sum_{mm'}^{\text{stat}} | m' \rangle \langle m' | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | 0 \rangle$$

Tous ces calculs se font point par point en fonction des paramètres k_α et k_β . La matrice d'excitation $\sum_{mm'}^0$ a la forme ($\vec{e}_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{x} + i\vec{z})$):

$$\sum^0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

C'est donc une excitation "cohérente" dans la base $|m\rangle$ (puisque $\sum_{mm'}^0 \neq 0$)

Nous calculerons la lumière de fluorescence pour trois modes d'observation possibles:

a) Observation le long de l'axe Ox, lumière polarisée $\vec{e}_\lambda // Oz$

$$I_{fl} = \sum_{00}^{\text{stat}}$$

b) Observation le long de l'axe Ox, lumière polarisée $\vec{e}_\lambda // Oy$

$$I_{fl} = \frac{1}{2} \sum_{11}^{\text{stat}} + \frac{1}{2} \sum_{-1-1}^{\text{stat}} + \Re(\sum_{+1-1}^{\text{stat}})$$

c) Observation croisée, lumière polarisée $\vec{e}_\lambda // \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{z} + i\vec{y})$
 en combinant ces deux directions d'observation, on peut éliminer les termes de population et il ne reste que les cohérences ρ_{01} et ρ_{0-1} :

$$I_{f1} = \sqrt{2} \left\{ J(\rho_{01}) + J(\rho_{0-1}) \right\}$$

J : partie imaginaire $\Re$ partie réelle

Le programme a été composé en langage Fortran par M. J. Weber, D^r. ès Sc. Phys., et les calculs effectués sur un ordinateur CDC 3800.

Analyse des résultats.

a) Composition des états qui diagonalisent l'Hamiltonien.

La fig. 18 donne la composition de ces états en fonction du paramètre $\frac{\Omega}{\beta}$:

$$\frac{\Omega}{\beta} = \frac{\text{énergie magnétique totale}}{\text{énergie Stark}} = \frac{\gamma_{H_0}}{\beta}$$

On voit que lorsque le champ magnétique augmente, chaque niveau contient une superposition des deux autres. Les niveaux perturbés $|0\rangle$ et $| \pm 1 \rangle$ s'anticroisent dans une région étendue: en $\Omega/\beta = +1,75$ le niveau $\overline{|0\rangle} = 0,69 |0\rangle + 0,69 | +1 \rangle + 0,18 | -1 \rangle$ alors qu'en

$\Omega/\beta = +2,30$ le niveau $\overline{|+1\rangle} = -0,66 | +1 \rangle + 0,66 |0\rangle + 0,36 | -1 \rangle$

b) Etude de la lumière de fluorescence

L'observation en lumière polarisée $\vec{e}_\lambda // Oy$ est la plus intéressante. La fig. 19 montre que pour des valeurs de k_β voisines de 2, on obtient dans une région comprise

entre $-0,8\Gamma < \Omega < +0,8\Gamma$ une courbe extrêmement proche d'une courbe Hanle. Un calcul simple montre que la courbe Hanle qui s'en rapproche le plus a pour caractéristiques:

$$I_{\text{Hanle}} = 0,2666 \left(1 - \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + 2,1\Omega^2} \right) I_0$$

La fig. 20 montre la comparaison entre cette courbe et la lumière de fluorescence. Remarquons que si les niveaux conservaient la pente qu'ils ont à l'origine, l'expression s'écrirait

$$\frac{\Gamma^2}{\Gamma + 2\Omega^2} . \text{ Ce résultat justifie l'explication physique}$$

que nous proposons.

Finalement, la fig. 21 permet une comparaison entre les résultats expérimentaux (G^{-3}) et les courbes calculées.

L'accord est excellent.

NIVEAUX D'ENERGIE $\vec{H}$ A 45° DE $\vec{E}$.

β : séparation d'énergie Stark

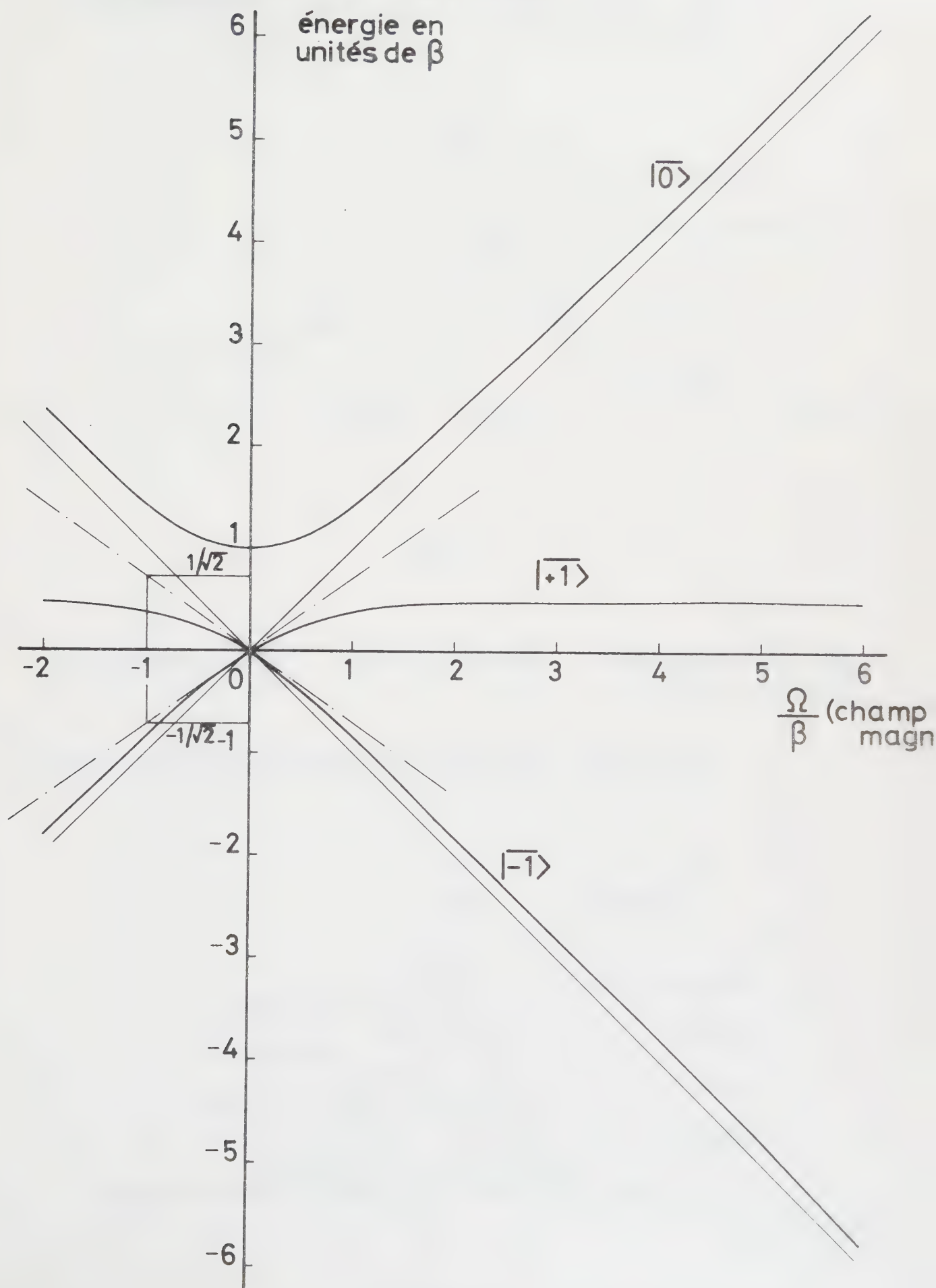


Fig.17

Comparaison avec une courbe Hanle pour :

$\beta = 2 \Gamma$

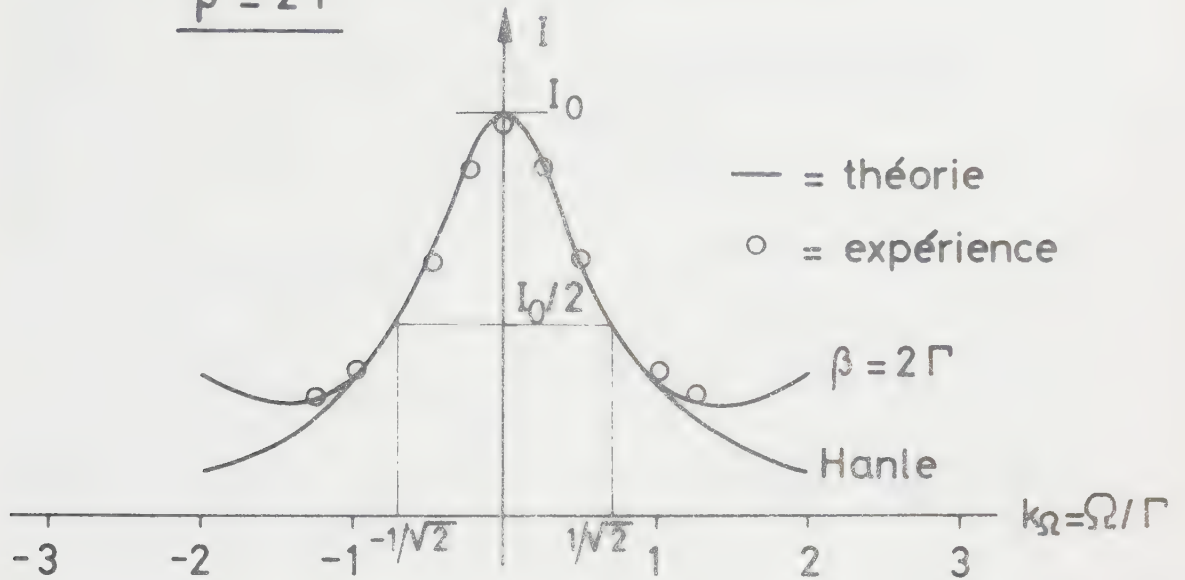


Fig. 20

Excitation $\vec{e}_{\lambda} // \vec{H}$

$\vec{H}$ à 45° de $\vec{E}$

Détection $\vec{e}_{\lambda} // 0_y$

Forme des résonances en fonction de $k_{\beta} = \beta / \Gamma$

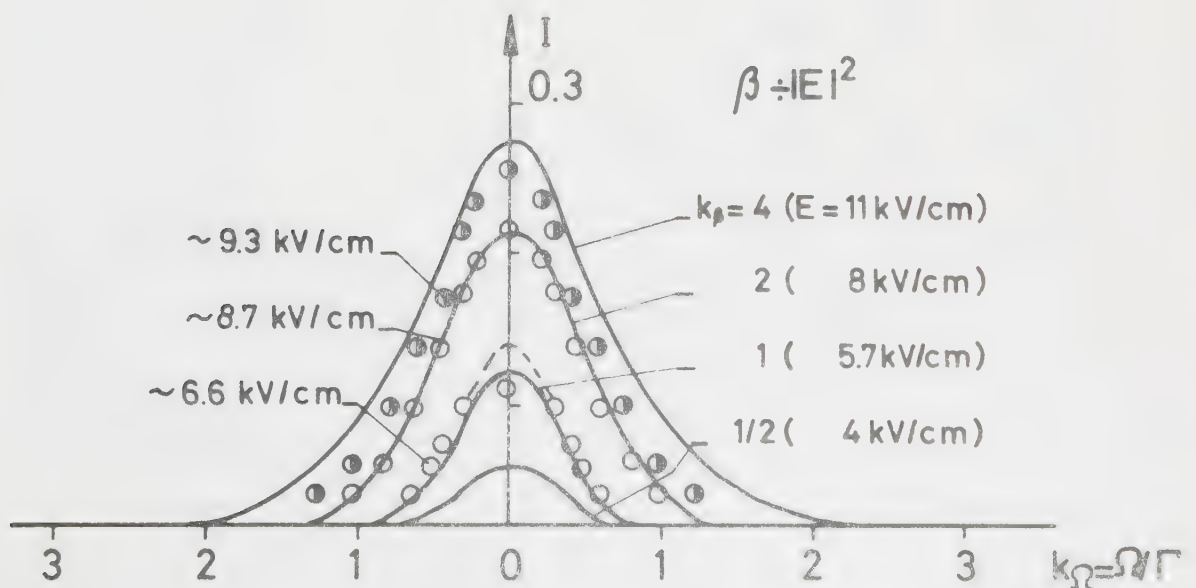


Fig. 21

PROGRAM FAIST2

```

C
C CE PROGRAMME DIAGONALISE UN HAMILTONIEN D ORDRE 3 PUIS A PARTIR
C DE LA MATRICE DES VECTEURS PROPRES IL EFFECTUE DIVERS CALCULS
C MATRICIELS FAISANT INTERVENIR LES NOMBRES COMPLEXES
C
DOUBLE PRECISION A,DETERM
INTEGER DIM1,DIM2
TYPE COMPLEX T, TM, RO, RO1, RO2, TI, Z1, Z2, E, RSM, CTRAV
DIMENSION T(3,3), TM(3,3), RO(3,3), RO1(3,3), RO2(3,3), A(3,3), INDEX(
12), Z1(3,3), Z2(3,3), E(3), RSM(3,3)
DIMENSION H(40,40), U(40,40), X(40), IQ(40)
400 CONTINUE
RO(1,1)=(0.25,0.0)
RO(1,2)=(-0.35355338,0.)
RO(1,3)=(-0.25,0.0)
RO(2,1)=RO(1,2)
RO(2,2)=(0.5,0.0)
RO(2,3)=(0.35355338,0.0)
RO(3,1)=RO(1,3)
RO(3,2)=RO(2,3)
RO(3,3)=(0.25,0.0)
10 READ 100,UCI,PAS,NPAS
IF(NPAS.EQ.0)11,12
11 CALL EXIT
12 UC=UCI-PAS
NN=1
DO 15 IK=1,NPAS
DO 401 I=1,N
DO 401 J=1,3
T(I,J)=(0.,0.)
TM(I,J)=(0.,0.)
RO1(I,J)=(0.,0.)
RO2(I,J)=(0.,0.)
RSM(I,J)=(0.,0.)
Z1(I,J)=(0.,0.)
Z2(I,J)=(0.,0.)
A(I,J)=0.
H(I,J)=0.
U(I,J)=0.
401 CONTINUE
UC=UC+PAS
H(1,1)=0.70710676*UC
H(1,2)=0.5*UC
H(1,3)=0.0
H(2,1)=H(1,2)
H(2,2)=4.
H(2,3)=0.5*UC
H(3,1)=H(1,3)
H(3,2)=0.5*UC
H(3,3)=-0.70710676*UC
IF(NN.EQ.1) 30,31
30 PRINT 110,UC
NN=NN+1
GOTO 32
31 PRINT 111,UC

```

$$S^o = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2\sqrt{2}} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} \frac{n}{\sqrt{2}} & \frac{n}{2} & 0 \\ \frac{n}{2} & \beta=4 & \frac{n}{2} \\ 0 & \frac{n}{2} & -\frac{n}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$


```

NN=NN+1
IF(NN.EQ.3) NN=1
32 IEGEN=0
N=3
NR=0
CALL HDIAG(H,N,IEGEN,U,NR)
PRINT 112
PRINT 113,(H(I,I),I=1,3)
PRINT 114
DO 19 I=1,N
PRINT 113,(U(I,J),J=1,N)
19 CONTINUE
DO 402 I=1,N
DO 402 J=1,N
A(I,J)=U(I,J)
402 CONTINUE
DIM1=3
DIM2=3
CALL MATIN2(A,DIM1,N,DIM2,0,INDEX,NERROR,DETERM)
DO 403 I=1,N
DO 403 J=1,N
T(I,J)=CMPLX(U(I,J),0.0)
TM(I,J)=CMPLX(A(I,J),0.0)
403 CONTINUE
DO 404 I=1,N
DO 404 J=1,N
DO 405 K=1,N
Z1(I,J)=71(I,J)+R0(I,K)*T(K,J)
405 CONTINUE
404 CONTINUE
DO 406 I=1,N
DO 406 J=1,N
DO 407 K=1,N
R01(I,J)=R01(I,J)+TM(I,K)*Z1(K,J)
407 CONTINUE
406 CONTINUE
DO 408 I=1,N
E(I)=CMPLX(H(I,I),0.0)
408 CONTINUE
DO 409 I=1,N
R02(I,I)=R01(I,I)
409 CONTINUE
DO 410 I=1,N
IP=I+1
DO 411 J=IP,3
R02(I,J)=R01(I,J)/((1.,0.)+(0.,1.)*(E(I)-E(J)))
R02(J,I)=R01(J,I)/((1.,0.)+(0.,1.)*(E(J)-E(I)))
411 CONTINUE
410 CONTINUE
DO 412 I=1,N
DO 412 J=1,N
DO 413 K=1,N
Z2(I,J)=Z2(I,J)+R02(I,K)*TM(K,J)
413 CONTINUE
412 CONTINUE
DO 414 I=1,N

```



```
DO 414 J=1,N
DO 415 K=1,N
RSM(I,J)=RSM(I,J)+T(I,K)*Z2(K,J)
415 CONTINUE
414 CONTINUE
TRAV=REAL(RSM(3,1))
CTRAV=CMPLX(TRAV,0,)
TI=(0.5,0.)*RSM(3,3)+(0.5,0.)*RSM(1,1)-CTRAV
PRINT 910
DO 416 I=1,N
PRINT 911,(RSM(I,J),J=1,N)
416 CONTINUE
PRINT 912,TI
15 CONTINUE
GOTO 400
910 FORMAT(1X,/,1X,*MATRICE ROSM*,/)
911 FORMAT(1X,3(5X,C(F12.8,F12.8)),/)
912 FORMAT(1X,/,*,VALEUR DE L INTENSITE *,C(F12.8,F12.8)/)
100 FORMAT(2F12.8,I4)
110 FORMAT(1H1,* DIAGONALISATION POUR OMEGA = *,F10.6,/)
111 FORMAT(1X,/,1X,*DIAGONALISATION POUR OMEGA = *,F10.6,/)
112 FORMAT(1X,*VALEURS PROPRES*,/)
114 FORMAT(1X,/,1X,*VECTEURS PROPRES*,/)
113 FORMAT(1X,3F16.8,/)
END
```


S E C O N D E P A R T I E

Superposition d'un champ magnétique quasi statique et d'une onde laser polarisée

Dans cette seconde partie nous allons étudier le système atomique en présence d'un champ magnétique et d'une onde laser polarisée. Nous verrons qu'il existe de grandes analogies avec les expériences décrites dans la première partie. Nous mettrons ensuite en évidence un phénomène nouveau, basé sur la haute cohérence de la lumière laser (anticroisement en champ non nul). La réalisation expérimentale de ces expériences sera finalement analysée en détails.

2.1. L'onde laser

Nous nous contenterons de dresser une liste des principales propriétés de l'onde laser et renvoyons le lecteur à l'abondante littérature parue sur ce sujet. (^{H-2}, T-1)

L'onde laser est essentiellement une onde du domaine optique qui possède une très grande cohérence spatiale et temporelle. Sa haute monochromaticité s'explique par le fait que sa largeur spectrale n'est pas déterminée par la largeur naturelle de la transition atomique mais par les propriétés de la cavité dans laquelle l'onde prend naissance. Le fonctionnement du laser est dit monomode (uniphase wave-front) lorsque l'onde possède un seul axe de symétrie et que l'intensité de l'onde est maximale au centre. (mode $TEM_{00}^{(K-1)}$)

On admettra qu'une telle onde possède les deux propriétés suivantes: sa phase est la même sur toute sa surface et la répartition radiale de l'intensité est à peu près gaussienne. Toutefois, même en fonctionnement monomode, l'onde contient généralement plusieurs fréquences dont l'écart $\Delta f = c/2L$ dépend uniquement de la longueur L de la cavité. Remarquons enfin que l'onde laser se rapproche énormément de l'onde fournie par un oscillateur classique dans le domaine hertzien (par opposition au domaine optique) et que l'état quantique correspondant est décrit par un "état cohérent" de Glauber (G^{-4} , M^{-2}).

L'interaction d'une onde laser avec un système atomique pourra être résonante (D^{-2}) ou au contraire non-résonante. Aleksandrov (A^{-2}) a montré que dans ce dernier cas on peut observer d'importants déplacements des niveaux atomiques. A côté de cette modification de l'énergie du niveau, l'onde laser non-résonante peut encore modifier la phase de la superposition d'états des sous-niveaux Zeeman, c'est-à-dire agir sur les termes non diagonaux de la matrice densité. C'est précisément ce dernier effet que nous nous proposons d'étudier.

2.2. L'atome excité en présence d'un champ magnétique quasi statique et d'une onde laser.

Position du problème

L'atome est soumis à trois perturbations distinctes et indépendantes:

- a) Le champ de photons optiques résonants qui porte l'atome dans l'état excité. Son intensité est très faible, sa largeur naturelle grande par rapport à la largeur du niveau excité et aux écarts d'énergie Zeeman.
- b) Le champ magnétique lentement variable. Il sépare les sous-niveaux par effet Zeeman.

c) Le champ de photons optiques du faisceau laser. Il est très intense mais ne produit que des pseudo-transitions du fait de la non-concordance entre sa longueur d'onde et les raies atomiques. Sa largeur spectrale est très faible. Nous admettons de plus qu'il s'agit de lumière polarisée linéairement et que son vecteur électrique est perpendiculaire au champ magnétique H_0 (fig. 22).

Dans ces conditions, l'analyse du paragraphe 1.4. reste valable à condition de tenir compte du fait que la fréquence de l'onde laser est du domaine optique ($\omega_{\text{laser}} \sim \omega_0$ mais $\omega_{\text{laser}} \neq \omega_0$).

Anticroisement en champ magnétique nul.

L'expression (1,11) qui donne $\bar{R}$ devient

$$\begin{aligned}\bar{R} &= - \frac{2 d^2}{\omega_0} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega_{\text{laser}}}{\omega_0}\right)^2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= - k \frac{2 d^2}{\omega_0} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Nous verrons que k peut devenir très grand. Le reste du calcul est inchangé si ce n'est que ξ est également multiplié par k .

Si nous admettons les mêmes conditions expérimentales qu'au paragraphe 1.4.3. en remplaçant simplement le champ électrique oscillant $E \cos \omega t$ par l'onde laser polarisée, nous obtiendrons à nouveau pour la lumière de fluorescence détectée le long de l'axe Ox (fig. 22)

$$I_{f1} = I_0 \left\{ \frac{1}{2} - \frac{\xi \Omega}{\Gamma^2 + \xi^2 + 4 \Omega^2} \right\}$$

(Seul subsiste, en effet, l'anticroisement en $H = 0$ à cause de l'ordre de grandeur de ω).

L'observation peut également se faire en lumière σ le long des axes $\frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{x} \pm \vec{y})$. On obtient alors une courbe de résonance (c.f. 1.5.3.)

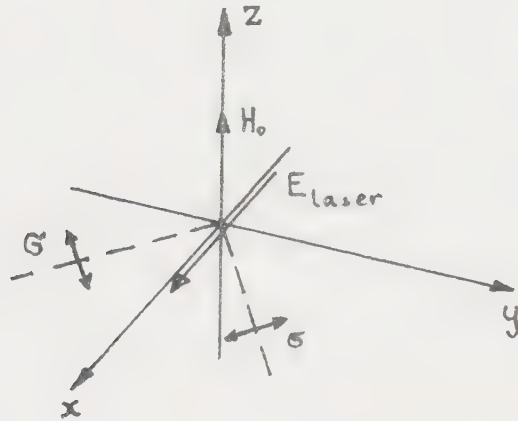


Fig. 22

$$I_{fl}^{-45^\circ} - I_{fl}^{+45^\circ} = J \left(\int_{-1+1} - \int_{+1-1} \right) I_0$$

$$I_{fl}^{-45^\circ} - I_{fl}^{+45^\circ} = I_0 \frac{\epsilon \Gamma}{\Gamma^2 + \epsilon^2 + 4\Omega^2}$$

Son maximum d'amplitude est atteint en champ magnétique nul pour $\epsilon = \Gamma$. Si $\epsilon > \Gamma$ il y a saturation et si $\epsilon \ll \Gamma$ la hauteur est pratiquement proportionnelle à $I_0 \epsilon / \Gamma$. Il est instructif d'évaluer le rapport ϵ / Γ pour différentes transitions atomiques associées à différents lasers.

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon}{\Gamma} &= \frac{k}{\Gamma} \frac{4 d^2}{\omega_0} = \frac{k}{\Gamma} \frac{4 |\langle P | \vec{E} \cdot \vec{D} | S \rangle|^2}{\omega_0} \\ &= \text{constante } k \frac{E^2 (g f)}{\gamma_0 \cdot \Gamma} \end{aligned}$$

expression dans laquelle $(g f)$ est la force d'oscillateur.

Elément	Transition	λ, Γ	(g.f)	Laser	κ	$10^7 \frac{\kappa(gf)}{\nu_0 \Gamma}$	$E(\frac{\Gamma}{\Gamma}=1) \frac{V}{m}$
Cd	$5^3P_1 - 6^3S_1$	4800 Å	4,9	Argon 4880 Å	300	$350 \cdot 10^{-12}$	$\sim 5,4 \cdot 10^4$
		$66 \cdot 10^3 \text{ Hz}$		He-Ne 6328 Å	2,4	$3 \cdot 10^{-12}$	$\sim 58 \cdot 10^4$
Zn	$4^1P_1 - 4^1D_2$	6362 Å $93 \cdot 10^6 \text{ Hz}$	2,8	He-Ne 6328 Å	93	$0,07 \cdot 10^{-12}$	$\sim 380 \cdot 10^4$

On voit immédiatement l'importance considérable de la largeur naturelle du niveau étudié.

Anticroisement de niveaux en champ magnétique non nul

Lorsque la cavité laser n'est pas trop courte ($\gtrsim 15$ à 20 cm), le laser émet simultanément plusieurs longueurs d'onde séparées par un écart $\Delta\omega = 2\pi \left(\frac{c}{2L}\right)$.

Pour une cavité de 2 m, par exemple, $\Delta\omega \sim 4,7 \cdot 10^8$ rad/s (74 MHz). Cet écart d'énergie est à nouveau comparable à un écart Zeeman ($1,4$ MHz par Gauss pour un facteur de Landé de 1) et nous allons montrer que dans ces conditions, on peut à nouveau prévoir un anticroisement en champ magnétique non nul pour une valeur raisonnable de celui-ci.

Le faisceau laser est maintenant composé de photons (que nous admettrons sans interaction mutuelle dans la cellule de mesure) de pulsation ω_1 et ω_2 . La cohérence mutuelle de ces deux composantes est longue ($\sim 10^{-3}$ s) devant le temps de vie de l'état considéré ($\sim 10^{-5}$ à 10^{-6} s). L'Hamiltonien de l'atome "habillé" par le champ de photons s'écrira alors:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{atomique}} + \gamma_{\text{H}_0} J_z + \mathcal{H}_{\text{champ}}^1 + \mathcal{H}_{\text{champ}}^2 + \mathcal{H}_{\text{I}}^1 + \mathcal{H}_{\text{I}}^2$$

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{I}}^1 + \mathcal{H}_{\text{I}}^2$$

$\mathcal{H}_{\text{I}}^1$ ne peut changer que le nombre n_1 des photons de fréq. ω_1

$\mathcal{H}_{\text{I}}^2$ " " " " " " " " n_2 " " " " " ω_2

Les états propres seront ceux de $\mathcal{H}_0$ avec les valeurs propres correspondantes:

$$|n_1, n_2, P, m\rangle \quad \text{d'énergie} \quad n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 + m \Omega$$

$$|n'_1, n'_2, S, 0\rangle \quad \text{d'énergie} \quad n'_1 \omega_1 + n'_2 \omega_2 + \omega_0$$

Montrons que les niveaux $|+1, -1, P, -\rangle$ et $|0, 0, P, +\rangle$ sont couplés au second ordre et s'anticroisent de ce fait en $\gamma_{\text{H}_0} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$.

Nous formulerons les hypothèses suivantes:

a) $\omega_2 < \omega_1 < \omega_0$

b) $(\omega_1 - \omega_2) \ll \omega_0 - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \omega_0 - \omega \ll \omega_0$

c) $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} = \Delta \omega > \Gamma$

d) les intensités des deux interactions $\mathcal{H}_{\text{I}}^1$ et $\mathcal{H}_{\text{I}}^2$ sont égales.

e) seuls les états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ subissent des modifications importantes au voisinage de leur point de croisement.

Choisissons les états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ (fig. 23) :

INTERACTION AVEC UN FAISCEAU LASER POLARISE

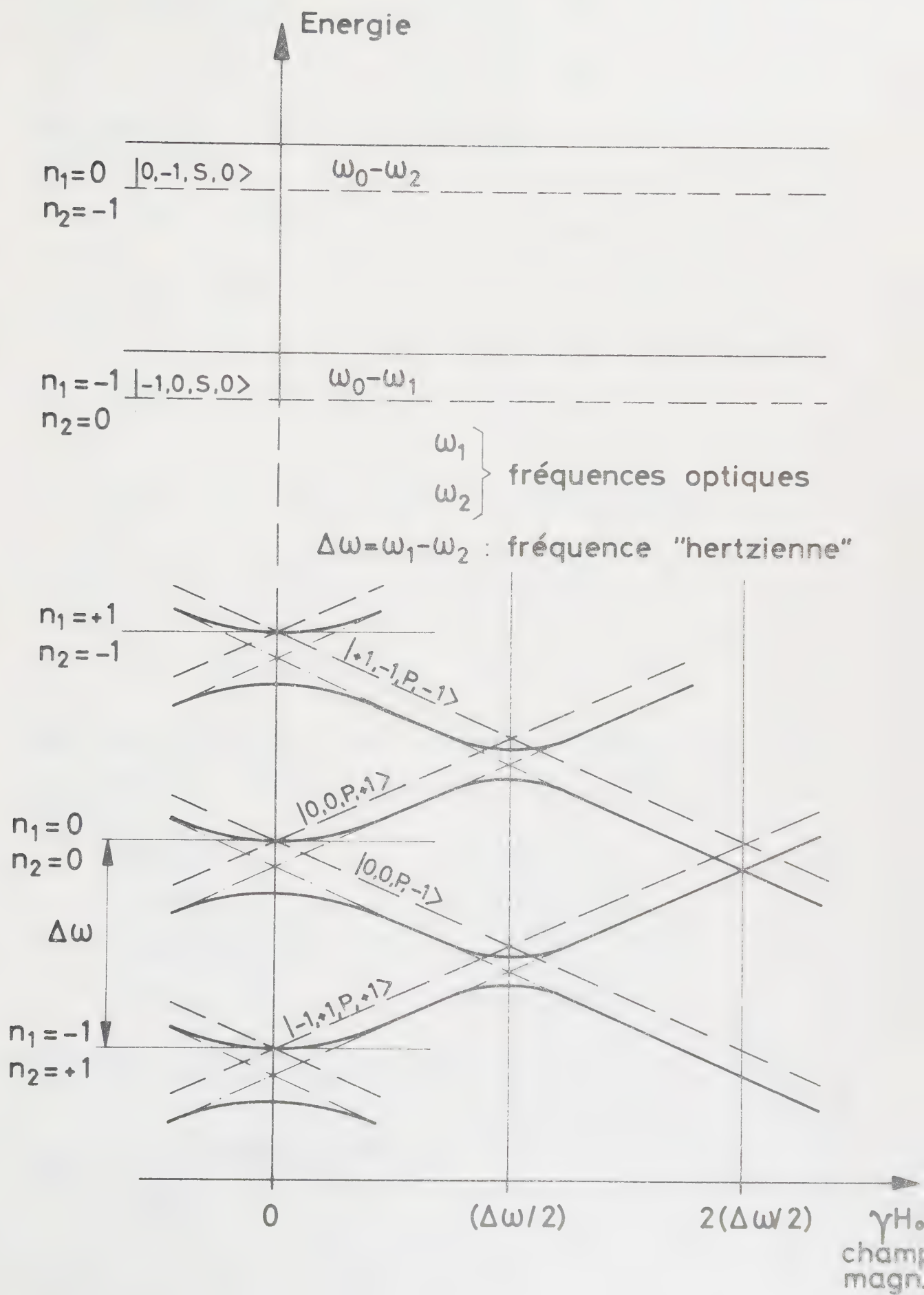


Fig. 23

$$|a\rangle = |1, -1, P, -\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_a = +\omega_1 - \omega_2 - \Omega$$

$$|b\rangle = |0, 0, P, +\rangle \quad \text{d'énergie} \quad E_b = 0 + \Omega$$

Ces états sont reliés au premier ordre de l'interaction aux états suivants:

$$|a\rangle \leftrightarrow \begin{cases} |c\rangle = |0, -1, S, 0\rangle & E_c = -\omega_2 + \omega_0 \\ |m\rangle = |2, -1, S, 0\rangle & E_m = 2\omega_1 - \omega_2 + \omega_0 \\ |n\rangle = |1, -2, S, 0\rangle & E_n = \omega_1 - 2\omega_2 + \omega_0 \\ |g\rangle = |1, 0, S, 0\rangle & E_g = \omega_1 + \omega_0 \end{cases}$$

$$|b\rangle \leftrightarrow \begin{cases} |c\rangle = |0, -1, S, 0\rangle & E_c = -\omega_2 + \omega_0 \\ |p\rangle = |0, +1, S, 0\rangle & E_p = +\omega_2 + \omega_0 \\ |q\rangle = |-1, 0, S, 0\rangle & E_q = -\omega_1 + \omega_0 \\ |g\rangle = |1, 0, S, 0\rangle & E_g = +\omega_1 + \omega_0 \end{cases}$$

Seuls les états $|c\rangle$ et $|g\rangle$ permettent de relier $|a\rangle$ à $|b\rangle$.

Les éléments de matrice non nuls de $\mathcal{X}_I^1$ et $\mathcal{X}_I^2$ sont (c.f. hyp. d) :

$$\left. \begin{aligned} \langle a | \mathcal{X}_I^1 | c \rangle \\ \langle a | \mathcal{X}_I^1 | m \rangle \\ \langle a | \mathcal{X}_I^1 | n \rangle \\ \langle a | \mathcal{X}_I^1 | g \rangle \end{aligned} \right\} = d \quad \left. \begin{aligned} \langle b | \mathcal{X}_I^1 | c \rangle \\ \langle b | \mathcal{X}_I^1 | p \rangle \\ \langle b | \mathcal{X}_I^1 | q \rangle \\ \langle b | \mathcal{X}_I^1 | g \rangle \end{aligned} \right\} = d$$

Calculons $\hat{R}_{aa}$, $\hat{R}_{bb}$, $\hat{R}_{ab}$ et $\hat{R}_{ba}(z)$:

$$\hat{R}_{aa}(z) = \sum_{\substack{c, m \\ n, g}} \frac{\langle a | \mathcal{X}_I^1 | i \rangle \langle i | \mathcal{X}_I^1 | a \rangle}{z - E_i}$$

$$\hat{R}_{aa}(z) = d^2 \left\{ \frac{1}{z - (\omega_0 - \omega_2)} + \frac{1}{z - (\omega_0 + 2\omega_1 - \omega_2)} + \frac{1}{z - (\omega_0 + \omega_1 - 2\omega_2)} + \frac{1}{z - (\omega_0 + \omega_2)} \right\}$$

Au point de croisement, $z = \frac{\Delta\omega}{2}$ d'où l'expression de $\tilde{R}_{aa}$, compte tenu des hypothèses formulées ci-dessus:

$$\tilde{R}_{aa} \approx d^2 \left\{ \frac{1}{-(\omega_0 - \omega)} + \frac{1}{-(\omega_0 + \omega)} + \frac{1}{-(\omega_0 - \omega)} + \frac{1}{-(\omega_0 + \omega)} \right\}$$

$$\approx - \frac{2 d^2}{\omega_0 - \omega}$$

On trouverait de même $\tilde{R}_{bb} = - \frac{2 d^2}{\omega_0 - \omega}$

$$\hat{R}_{ab}(z) = \langle a | \mathcal{X}_I^1 | c \rangle \langle c | \mathcal{X}_I^2 | b \rangle \frac{1}{z - E_c} + \langle a | \mathcal{X}_I^1 | g \rangle \langle g | \mathcal{X}_I^2 | b \rangle \frac{1}{z - E_b}$$

$$= d^2 \left\{ \frac{1}{z - (\omega_0 - \omega_2)} + \frac{1}{z - (\omega_0 + \omega_1)} \right\}$$

$$\tilde{R}_{ab} \approx - \frac{d^2}{\omega_0 - \omega} = \tilde{R}_{ba}$$

Ecrivons $\tilde{G}$ (A,15) :

$$\tilde{G} = \frac{1}{(z - E_a + \frac{2d^2}{\omega_0 - \omega})(z - E_b + \frac{2d^2}{\omega_0 - \omega}) - \frac{d^4}{(\omega_0 - \omega)^2}} \begin{pmatrix} z - E_b + \frac{2d^2}{\omega_0 - \omega} & \frac{-d^2}{\omega_0 - \omega} \\ \frac{-d^2}{\omega_0 - \omega} & z - E_a + \frac{2d^2}{\omega_0 - \omega} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{(z - E_+) (z - E_-)} \begin{pmatrix} z - E_b + \frac{2d^2}{\omega_0 - \omega} & \frac{-d^2}{\omega_0 - \omega} \\ \frac{-d^2}{\omega_0 - \omega} & z - E_a + \frac{2d^2}{\omega_0 - \omega} \end{pmatrix}$$

avec
$$E_{\pm} = \frac{\Delta\omega}{2} - \frac{2d^2}{\omega_0 - \omega} \pm \sqrt{\left(\frac{d^2}{\omega_0 - \omega}\right)^2 + \left(\Omega - \frac{\Delta\omega}{2}\right)^2}$$

On retrouve un anticroisement centré en $\bar{E} = \left(\frac{\Delta\omega}{2} - \frac{2d^2}{\omega_0 - \omega}\right)$

pour une valeur du champ magnétique $H_0 = \frac{1}{\gamma} \frac{\Delta\omega}{2}$ (fig. 23)

L'écart d'énergie des niveaux est de $\frac{2d^2}{\omega_0 - \omega}$.

Toutes les propriétés analysées au paragraphe 1.4.2. pour l'anticroisement en champ non nul sont directement applicables. Une bonne détection de ce phénomène pourra se faire sur la partie modulée de la lumière ($f = \Delta\omega$), la fréquence de référence étant donnée par le battement même des deux ondes laser, détecté par un photomultiplicateur par exemple. Pour une cavité de deux mètres, le champ magnétique correspondant* serait de ~ 53 G, valeur facilement réalisable avec des bobines de Helmholtz ordinaires.

* facteur de Landé $3/2$

2.3. Montage expérimental.

L'expérience est réalisée sur un jet d'atomes de Cd naturel (fig. 24). Afin d'avoir une densité suffisante d'atomes dans la zone d'observation, le four est placé dans la cellule, son orifice se trouve à 20 mm du centre de celle-ci et est précédé par un canal rectangulaire ($l = 20$ mm, section = $2,5 \times 7$ mm²). Le chauffage contrôlé par un thermostat Plastomatic Philips est assuré par un petit corps de chauffe placé hors de la cellule. L'apport de chaleur est assuré par un tube en cuivre. Ce dispositif, adopté après de nombreux essais effectués avec des fours de différents modèles, assure un réglage très précis de la température et un débit constant du jet. La température de fonctionnement se situe entre 175° et 185° , ce qui correspond à une pression de vapeur de l'ordre de $(1-4) 10^{-4}$ torr.

La cellule est un cylindre de laiton de 76 mm de diamètre intérieur et de 76 mm de hauteur, noirci (C.E.R.N. Genève) intérieurement par chromage mat noir. Après douze heures de dégazage à environ 110° , ce revêtement s'est révélé parfaitement neutre vis-à-vis de l'évaporation du Cd. (Un noircissement dans un bain de nitrate de Na, effectué sur une autre cellule avait, au contraire, tendance à oxyder la surface du Cd). En face du four se trouve l'orifice qui mène à la pompe à vide (10^{-7} mm de Hg). Une trappe à azote placée directement après l'orifice condense les vapeurs de Cd (et assure accessoirement un léger refroidissement de la cellule). La section importante ($\varnothing 45$ mm) de la conduite en pyrex qui mène à la pompe à diffusion assure par sa grande vitesse de pompage un vide excellent dans la cellule (env. 10^{-7} mm de Hg), vide qui contribue dans une grande mesure à assurer un débit constant du four.

La lumière issue d'une lampe au Cd (Osram, DC 1 A) est polarisée par une feuille Käsemann puis traverse une lame

DISPOSITION DU FOUR

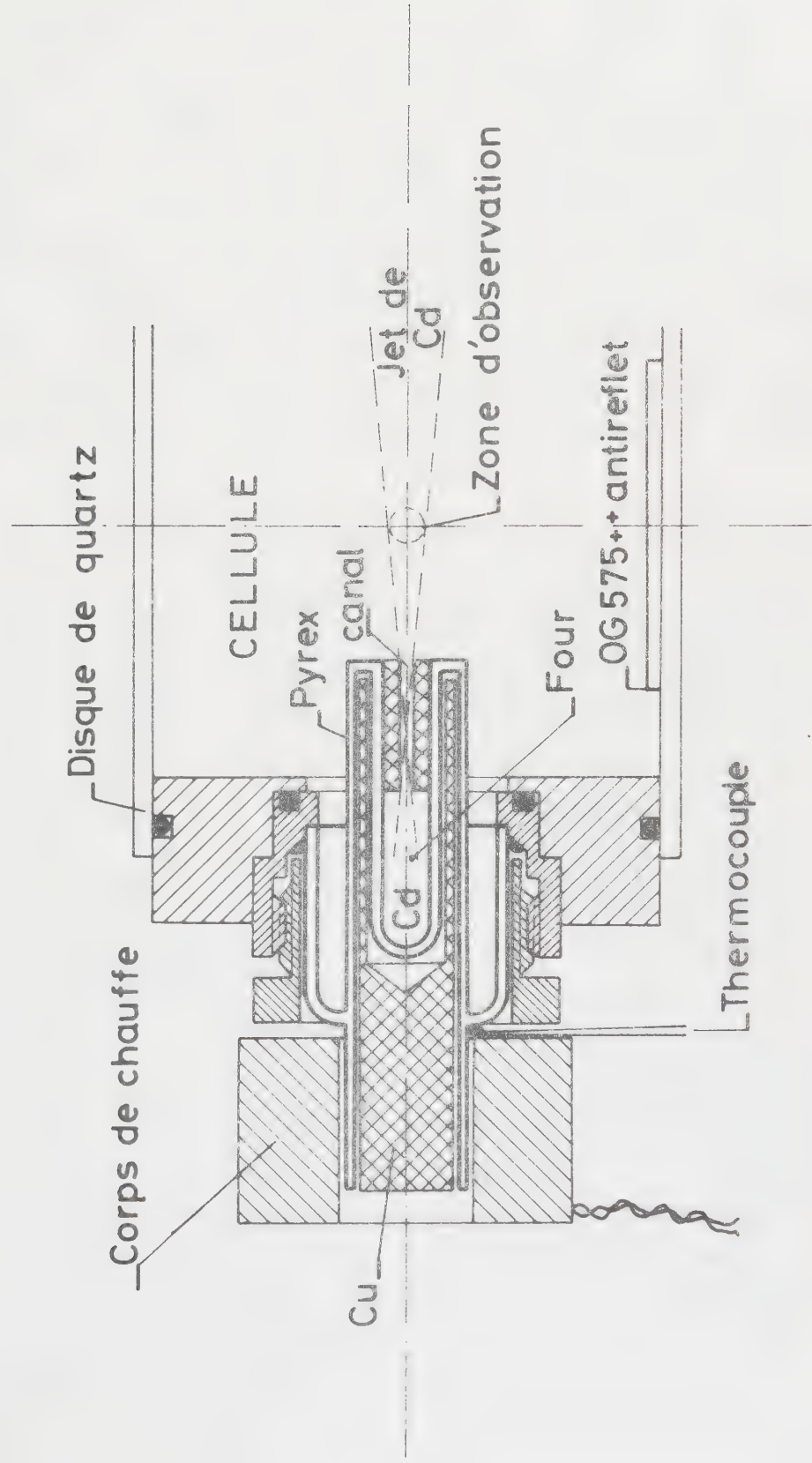


Fig. 24

quart d'onde (B. Halle, Nachfl. Optische Werkstätten Hubertusstrasse 11, 1 Berlin 41). L'image de la lampe est formée au centre de la cellule, la lumière ultraviolette est ensuite absorbée par un verre coloré OG 575 revêtu d'une couche antireflet pour la raie de résonance $3261 \text{ \AA}$. Pratiquement toutes les surfaces optiques sont traitées antireflet afin d'augmenter le rendement lumineux. (On gagne ainsi un facteur 2 environ). Deux positions possibles sont prévues pour le photomultiplicateur (fig. 25). La lumière du laser traverse la cellule en passant par deux fenêtres de Brewster montées sur des embouts en quartz de 90 mm de longueur. Ceci est nécessité par le fait que la cellule est montée dans la cavité du laser. Le champ magnétique terrestre est compensé par un jeu de bobines de Helmholtz ($\varnothing$ 400 et 230 mm).

Le tube du laser à He-Ne a été aimablement mis à notre disposition par l'Université de Berne (Institut für Angewandete Physik, Sidlerstrasse 5, 3000 Berne). Il mesure 130 cm de longueur pour un diamètre intérieur de 5 mm, est alimenté sous 5 kV DC, 35 mA à l'aide d'une alimentation de notre construction (fig. 28) et placé entre deux miroirs l'un plan, l'autre concave de 2 m de rayon de courbure (5 % de transmission). La puissance de sortie est de 10 mW avec la cellule dans la cavité, d'où une puissance de 2 W à l'intérieur de la cavité. Remarquons d'emblée que la puissance du laser est juste suffisante pour que l'expérience mérite d'être tentée. La suite nous montrera que l'utilisation d'un laser à Argon serait parfaitement justifiée. Le miroir plan est remplacé dans notre cas par un prisme de Littrow qui permet d'éliminer la composante $3,39 \mu$ (Fisba AG, St Gallen, couche réfléchissante Balzers AG, Fürstentum Lichtenstein). Le positionnement des miroirs était assuré primitivement par une construction en Invar. Cet alliage étant magnétique, il a été nécessaire de remplacer toute la partie placée au voisinage de la cellule par une construction en Antico.

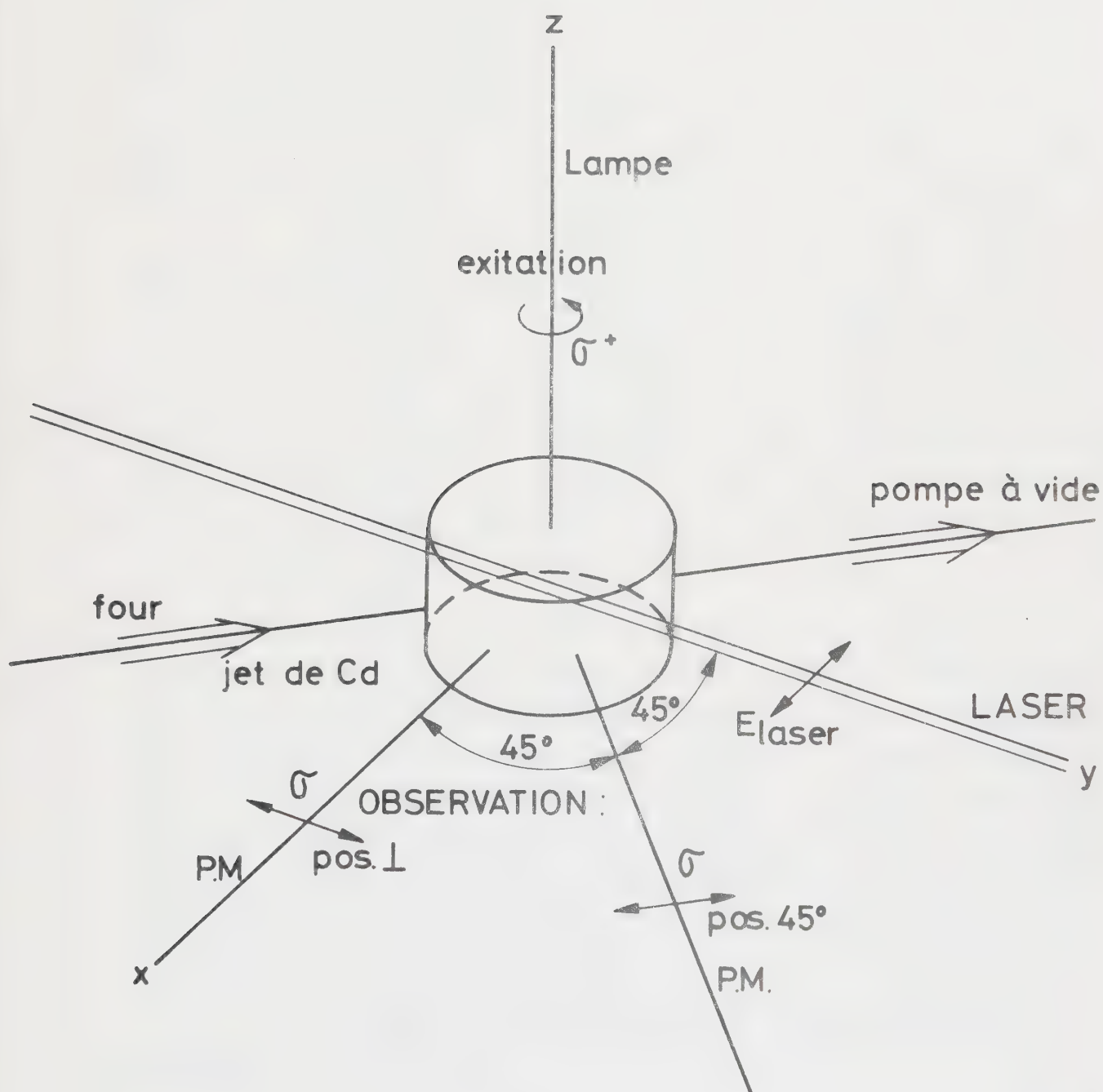


Fig. 25

La stabilité de l'ensemble est toutefois restée excellente par le fait que tout le montage est réalisé sur une dalle de granit ($0,54 \times 2,00 \text{ m}^2$, épaisseur 10 cm) qui repose sur des montants en maçonnerie par l'intermédiaire de suspensions amortissantes Neidhart gracieusement mises à notre disposition par cette maison (Neidhart SA, 363 Rte de Chancy, Bernex, Genève.). Les propriétés antivibratoires de ce dispositif sont excellentes. L'alignement optique des différents éléments (miroirs, cellule, tube) doit être très précis. Un ajustage préliminaire est réalisé grâce à un laser auxiliaire He-Ne de notre fabrication.

Le photomultiplicateur utilisé est un EMI, modèle 6256 B. Alimenté sous une tension de 800 V, il s'est révélé avoir le meilleur rapport signal sur bruit de tous nos PM. Il s'est en particulier révélé meilleur que les PM RCA 1P21 à notre disposition. Ceci constitue peut-être une exception. La lumière indésirable qui provient du tube laser (rouge 6328 Å et raies ultraviolettes provenant de l'Helium) est éliminée à l'aide d'un filtre UG5 suivi d'un filtre interférentiel 3261 Å (Balzers AG).

Un F.E.T. chargé par une résistance de $22 \text{ M}\Omega$ est monté directement dans le culot du PM. La sortie basse impédance attaque ensuite une chaîne Brookdeal formée d'un amplificateur LNA 450, d'un déphaseur 421 (placé sur le canal de référence) et d'un détecteur de phase PSD 411. Un disque tournant hâche le faisceau du laser à une fréquence de 3 kHz. Une lampe auxiliaire dont le faisceau est focalisé sur les trous du disque, fournit par l'intermédiaire d'un PM 1P21 suivi d'un filtre (fig. 29) la tension de référence pour le système Lock-In.

La disposition d'ensemble est donnée sur les figures 26 et 27.

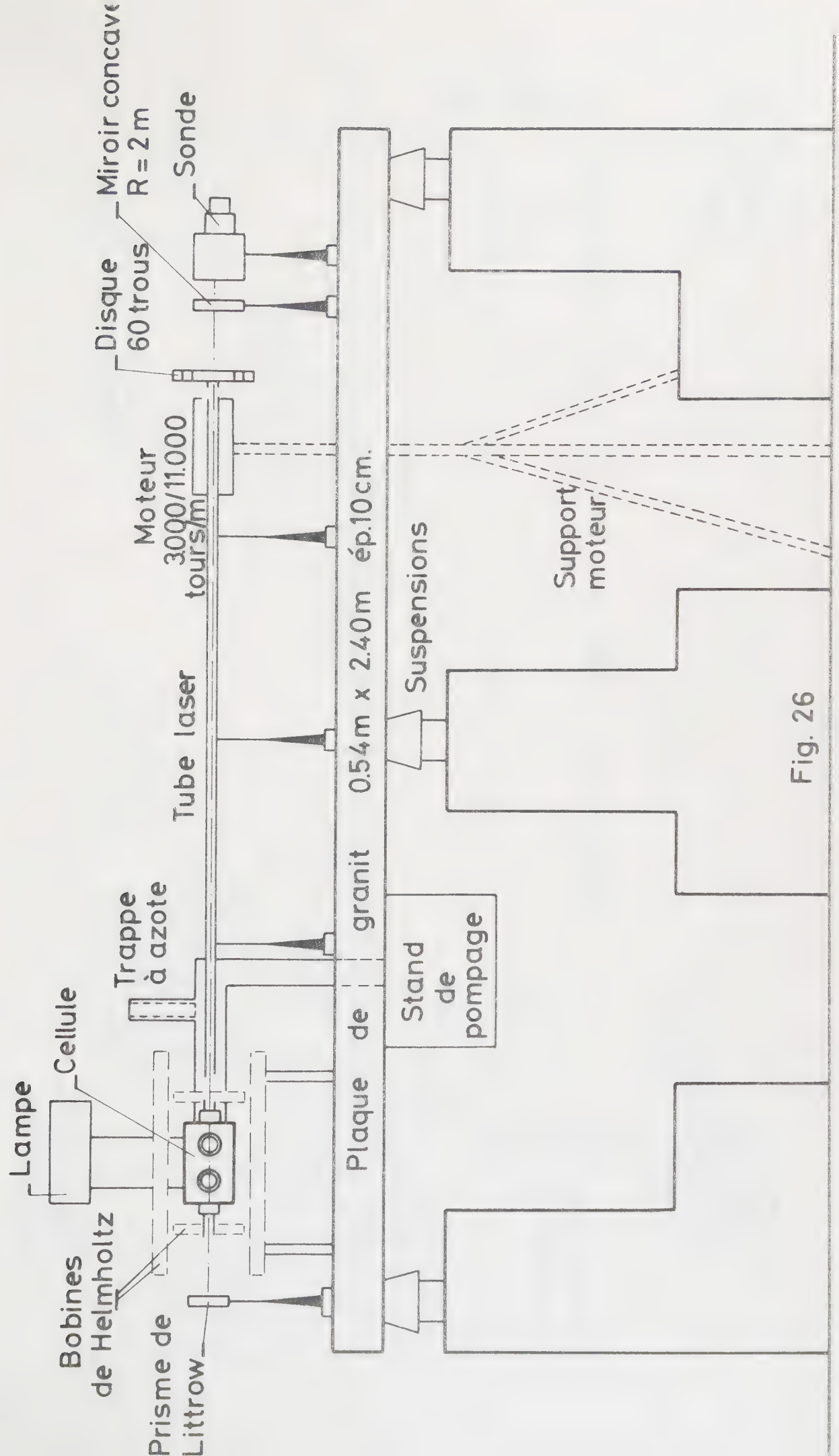


Fig. 26

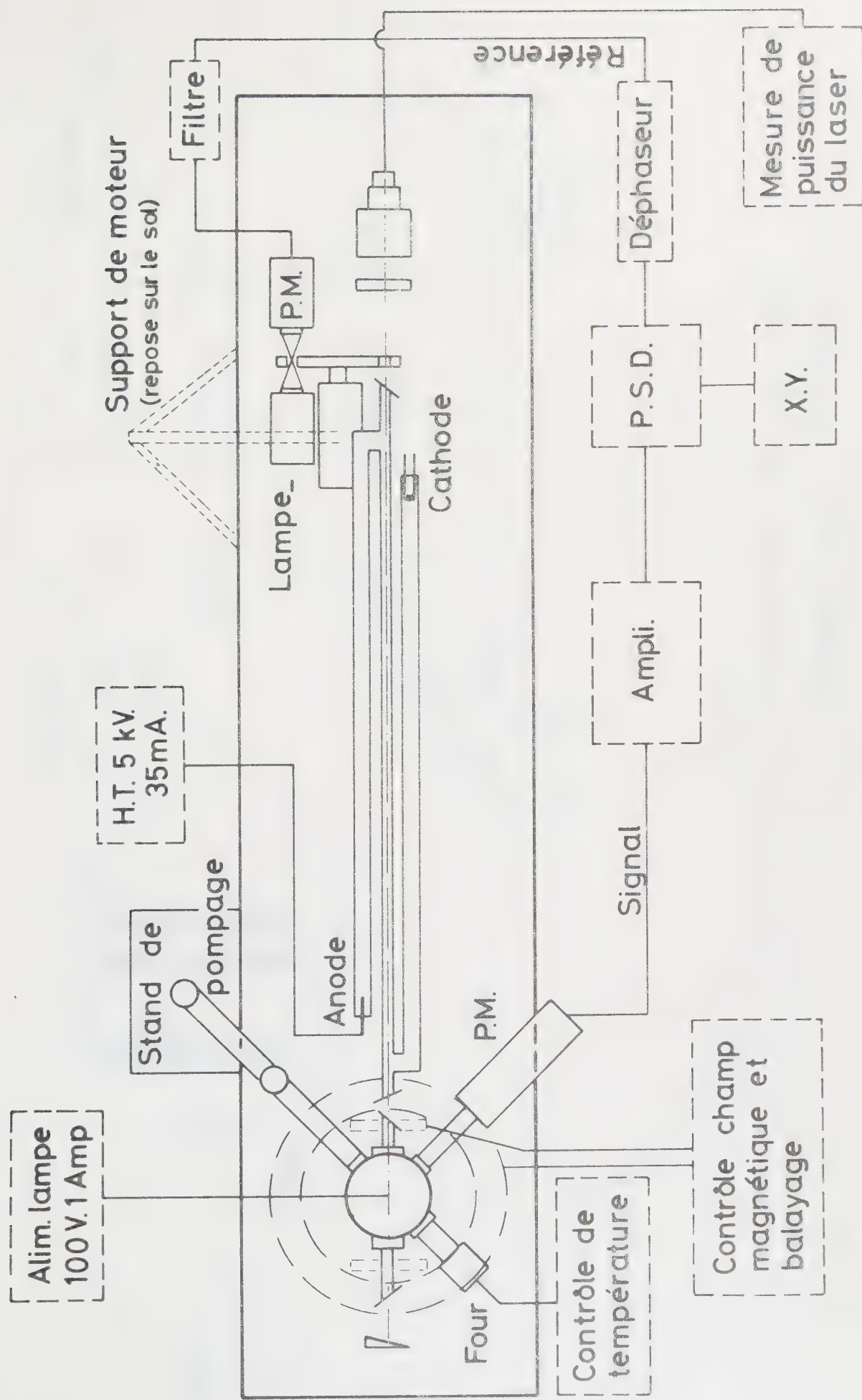
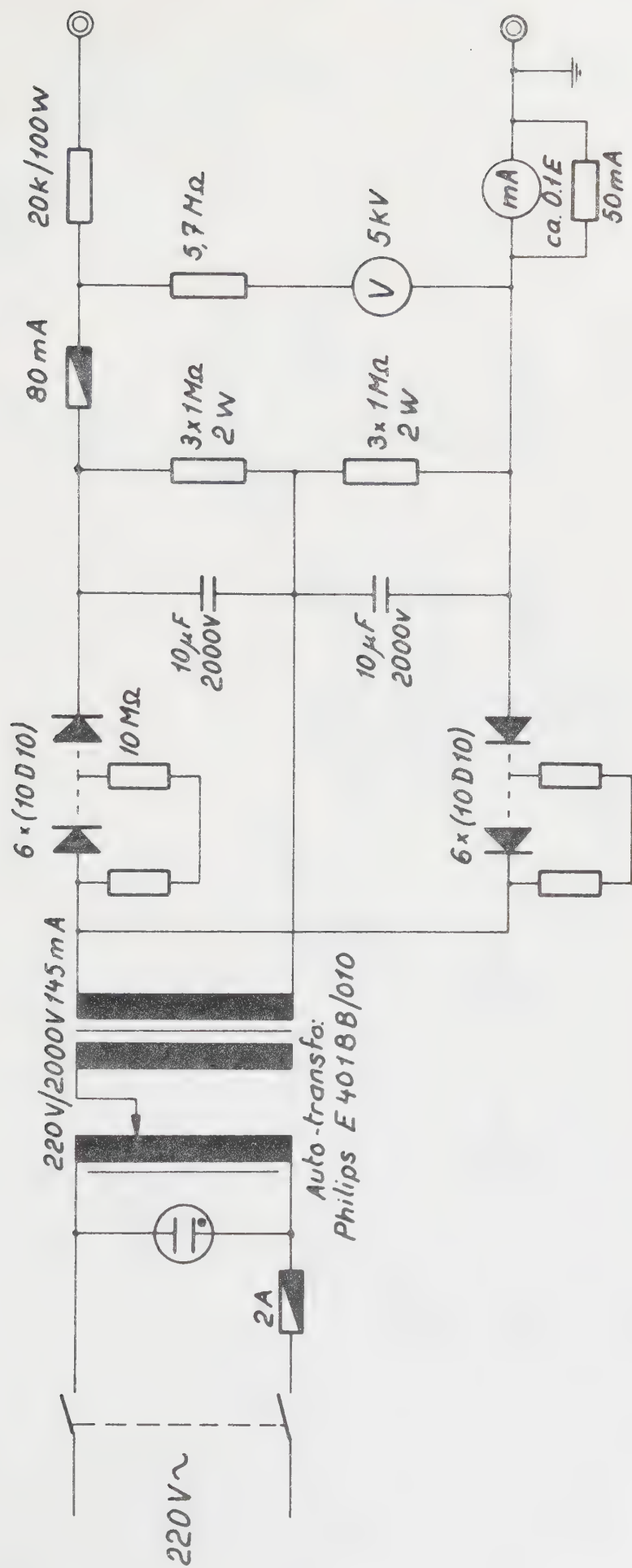
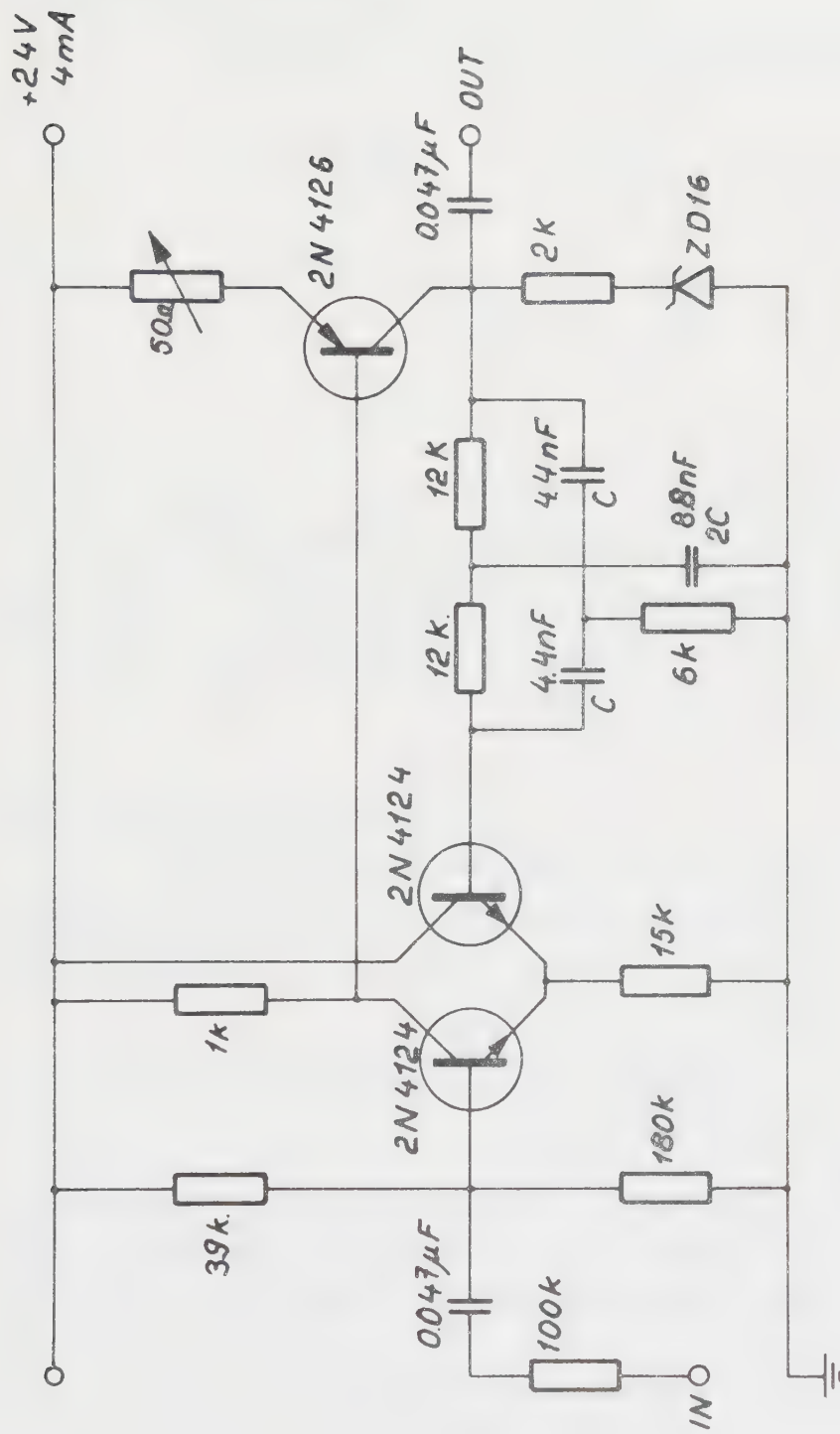


Fig. 27



Alimentation H.T. 5kV 35mA
d'après I.A.P. Uni. Berne

Fig. 28



Filtre 3kHz 20 db/octave
(Revue Electronix)

2.4. Analyse des grandeurs caractéristiques du montage expérimental.

Vitesse des atomes de Cd

Elle peut se calculer par l'expression

$$v^2 = \frac{3 k T}{m} \quad \text{d'où} \quad v = 4 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

avec $T \sim 460 \text{ } ^\circ\text{K}$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ erg deg}^{-1}$$

$$m = 112/6 \cdot 10^{23}$$

Il est important que le temps d'interaction des atomes de Cd avec le rayonnement du laser soit au moins de l'ordre de grandeur du temps de vie de l'atome dans l'état excité. Si le diamètre du faisceau est de l'ordre de 2 mm, le temps d'interaction est de $5 \cdot 10^{-6}$ s soit deux fois le temps de vie.

Optimisation du four à Cd.

Les éléments de base se trouvent dans l'ouvrage de Ramsey (^{R-1}). Une analyse simple nous montre que le flux d'atomes est donné par la relation:

$$I = 1,1 \cdot 10^{22} \frac{p}{\sqrt{T}} \frac{A_s A_d}{l_o^2 \sqrt{M}} \quad (2, 1)$$

pour autant que la largeur de l'orifice du four soit de dimension inférieure au libre parcours moyen des atomes dans le four. La signification des différents symboles est la suivante:

p : pression dans la source en mm de Hg

T : température en $^\circ\text{K}$

A_s : ouverture de la source en $\text{cm}^2 = h \cdot d$

A_d : section du jet à l'endroit de la détection (en cm^2)

l_o : distance $A_s - A_d$, en cm

M : masse atomique de l'élément

Le débit optimum est atteint lorsque la largeur d de l'orifice est de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen dans le four λ_{MS}

$$d \cong \lambda_{MS} = 7,3 \cdot 10^{-20} \frac{T}{p \cdot \sigma} \quad (2, 2)$$

où σ est la section de collision.

En portant cette valeur dans l'expression (2, 1) il vient

$$I = 8 \cdot 10^2 \frac{A_d}{\sqrt{M}} \frac{h}{l_0^2} \frac{\sqrt{T}}{\sigma}$$

Cette expression n'est valable que si (2, 2) est satisfaite c'est-à-dire si d est choisi en fonction de T . Un calcul rapide montre que d diminue* d'un facteur 10 chaque fois que la température augmente d'environ 40° , ce qui n'augmenterait le débit que de 4 % environ.

Il n'est donc pas rentable de chercher à augmenter la température. Par contre, il y a avantage à rapprocher autant que possible le four du lieu d'observation ($\div 1/l_0^2$) et à prendre une fente haute ($\div h$) lorsque la géométrie s'y prête.

Nous obtenons dans ces conditions un débit de l'ordre de 10^{13} at/s.

Champ électrique dans le faisceau laser.

La publication Laser Technical Bulletin n° 2 de Spectra Physics permet une comparaison très simple des différents résonateurs utilisables pour un laser à gaz. Il en ressort que, dans notre cas, la configuration hémisphérique est la plus intéressante. En admettant une puissance de 2 W dans la cavité, on obtient les valeurs suivantes pour les dimensions de mode w et les valeurs E du champ électrique:

* La relation entre p et T est donnée dans ($H-3$).

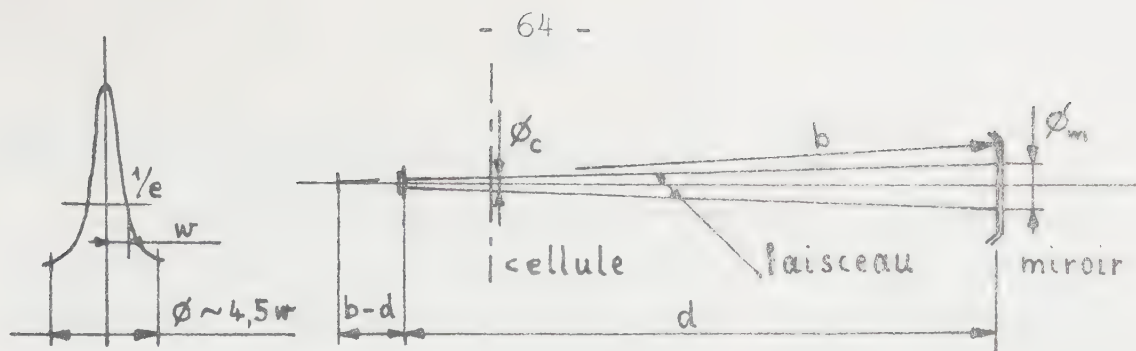


Fig. 30

b - d	w_M (mm)	ϕ miroir	w_c	ϕ utile (mm)	E $\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$
80	1,42	6,5	0,29	0,58	0,700
40	1,68	7,5	0,24	0,48	0,830
20	2	9	0,21	0,42	0,950
12	2,25	10	0,19	0,38	1,050

$$E = \sqrt{\frac{2 P}{\epsilon_c \pi w^2}}$$

P puissance en W

$$\epsilon = 8,859 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ces chiffres ne tiennent pas compte des effets focalisants des miroirs et des fenêtres de Brewster. Pratiquement, avec une distance (b - d) de 17 mm, on obtient sur le miroir un diamètre de 8 mm, et au niveau de la cellule un diamètre de 3 mm qui correspond à un rayon w_c de 0,67 mm, donc à un champ de 0,30 kV/cm. (En champ électrique statique, on obtient couramment des champs de 10 kV/cm). Le diamètre du faisceau est voisin de 5 mm au niveau de la fenêtre de Brewster la plus proche du miroir concave: le rendement du tube est optimum et il n'est pas possible, sans compenser les effets focalisants existants, de diminuer encore le diamètre du faisceau dans la cellule.

Optimisation du rapport signal/bruit. $\frac{S}{N}$

En première approximation on peut admettre que le signal S est proportionnel au volume $1 \cdot \pi \cdot w_c^2$ occupé par le faisceau laser, alors que le bruit N est proportionnel à la racine carrée du volume V_0 dont l'image se forme sur le photomultiplicateur. Ce volume est proportionnel à w_c . D'autre part, l'importance de l'effet recherché est proportionnelle au carré du champ électrique, d'où

$$\frac{S}{N} \div \frac{1 \cdot \pi}{cte} \frac{w_c^2}{w_c} \frac{2 P}{w_c^2 \cdot \xi \cdot c} \qquad \frac{S}{N} \div \frac{P}{w_c}$$

P : puissance du rayonnement laser

w_c : dimension (rayon) du mode.

Résultats.

Après optimisation des différents paramètres, il a été possible d'observer un effet parasite qui correspondrait à une variation du taux de polarisation de $5 \cdot 10^{-4}$ (2000 fois plus petit qu'un effet Hanle). Il s'agissait en l'occurrence de lumière $6328 \text{ \AA}$ qui, modulée par le disque perforé, parvenait par réflexions multiples jusqu'au PM. Nous pouvons dès lors assurer que l'effet cherché est plus petit encore, ce qui n'est pas surprenant si l'on considère que, dans les meilleures conditions, le champ ne dépasse pas $3 \cdot 10^4 \frac{V}{m}$. Comme il y a peu à gagner à diminuer encore la valeur de w_c (facteur 2 à 3), la solution consiste à augmenter P (usage d'un laser à Argon ou à Rubis) ou à chercher un meilleur accord entre la raie du laser et la transition $^3P_1 - ^3S_1$ du Cd.

C O N C L U S I O N

La seconde quantification à laquelle se rattache le modèle dit de l'atome habillé a été appliqué avec succès à l'étude du couplage dipolaire électrique entre sous-niveaux Zeeman de l'état 5^3P_1 du Cd. Elle nous a permis de décrire très simplement les anticroisements de niveaux en champ magnétique nul et non nul. Nous avons montré, d'autre part, que cette étude permet une approche très simple des propriétés du couplage par effet Stark entre états d'orientation et d'alignement d'une vapeur atomique.

Nous avons montré ensuite que l'utilisation d'un faisceau laser en tant que source du champ électrique oscillant ne se fait pas sans difficultés. Toutefois, un grand pas a été accompli du côté expérimental et des ordres de grandeur précis ont été déterminés. Sur le plan théorique, l'intérêt de cette partie réside surtout dans l'analyse de l'effet d'un faisceau laser modulé (superposition de deux fréquences f_1 et f_2). Cette situation se rattache à toute une série d'effets (effet Raman stimulé, effet Autler-Townes (A^{-4}) par exemple) qu'il serait extrêmement intéressant d'analyser dans le même formalisme. Finalement, l'application de ce type d'expérience à d'autres domaines (matière condensée par exemple) doit être réalisable moyennant une analyse détaillée des conditions expérimentales particulières.

Bibliographie

- A-1 Aleksandrov E.B. Optika i Spektrosk. 14 (1963) 436
Aleksandrov E.B., Khromov V.V. Optika i Spektrosk
18 (1965) 545.
- A-2 Aleksandrov E.B., Bouch-Bruevich A.M., Kostin N.N. et
Khodovoi V.A. Zh ETF Pis'ma 3 n°2 (1966) 85-88.
- A-3 Aleksandrov E.B., Constantinov O.B., Pereli B.I. et
Khodovoy B.A. Zh. Eksp. i Teor. Fiz. 45 (1963) 503.
- A-4 Autler S.H., Townes C.H. Phys. Rev. 100 (1955) 703.
- B-1 Breit Rev. Mod. Phys. 5 (1933) 91.
- B-2 Benz R. Travail de diplôme, Genève (1968).
- B-3 Barrat J.P. Thèse, Paris, 1959 J. Physique 20 (1959)
541, 633, 657.
- B-4 Barrat J.P. et Cohen-Tannoudji C. J. Phys. 22 (1961)
329 et 433 (J-P₁ et J-P₂).
- C-1 Cohen-Tannoudji C. et Dupont-Roc J. Optics Communications
1 n°4 (1969)
- C-2 Cohen-Tannoudji C. et Haroche S. J. Physique 30 (1969) 125.
- C-3 Cohen-Tannoudji C. Compléments de Mécanique Quantique
(Cours de 3^{ème} cycle, photocopié, Paris, 1966).
- C-4 Cohen-Tannoudji C. Ann. Phys. 7 (1962) 423.
- C-5 Cohen-Tannoudji C., Haroche S. C.R. Acad.Sc. Paris 262
(1966) 37.
- C-6 Cottet H. Travail de diplôme. Genève (1964)

- D-1 Droz M. Travail de diplôme, Genève (1968)
- D-2 Decomps B. et Dumont M. J. Phys. 29 (1968) 181 et 443
et publications antérieures.
- E-1 Eck T.G., Foldy L.L., et Wieder H. Phys. Rev. Lett. 10
(1963) 239.
- F-1 Forney J.J. et Geneux E. Phys. Lett. 20 (1966) 632.
- F-2 Favre C.J. et Geneux E. Phys. Lett. 8 (1964) 190.
- G-1 Geneux E. et Wanders-Vinzenz B. Thèse H.P.A. 33 (1960)
185, 213.
- G-2 Geneux E. Proc. Int. Conf. O P a L S. Warsaw (1968), 55.
- G-3 Geneux E. Communication personnelle (1968).
- G-4 Glauber R.J. Quantum Optics and Electronics. New-York:
Gordon and Breach (1965).
- H-1 Hanle W. Z. Physik 30 (1924) 93.
- H-2 Haken H. Handbuch der Physik S. Flugge (1970) Springer-
Verlag.
- H-3 Honig E. RCA Review Dec. (1962).
- K-1 Kogel'nik H. et Li T. Appl. Optics 5 (1966) 1550.
- L-1 Lombardi L. et Pebay-Peyroula J.-C. C.R. Acad. Sc. Paris
265 (1965) 1485.
- L-2 Lombardi L. C.R. Acad. Sc. Paris 265 (1967) 191.
- L-3 Lombardi L. et Giroud M. C.R. Acad. Sc. Paris 266 (1968)
60.
- L-4 Lombardi L. Thèse, Grenoble (1969).

- M-1 Mazataka Mizushima Phys. Rev. 133 (1964) 2A, A414.
- M-2 Mandel L. et Wolf E. Rev. Mod. Phys. 37 (1965) 251.
- M-3 Messiah "Mécanique Quantique" Tome II Dunod (1964)
- N-1 Nar. Bur. Stand. Monograph 53 (et 32).
- P-1 Polonsky N., Cohen-Tannoudji C. J. Physique 26 (1965) 409.
- P-2 Polonsky N. et Cohen-Tannoudji C. C.R. Acad. Sc. Paris
260 (1965) 5231.
- P-3 Piron C. H. P. A. 42 (1969) 330.
- P-4 Piron C. Mécanique Quantique IV. Polycopié Genève (1970).
- R-1 Ramsey N. F. Molecular Beams, Oxford Clarendon Press (1956).
- S-1 Stark Ber. Berl. Akad. D. Wiss. 47 (1913) 932 et Ann.
d. Phys. 43 (1914) 965.
- S-2 Series G.W. Phys. Rev. Lett. 11 (1963) 13.
- T-1 Tomiyasu K. "Laser Bibliography I" IEEE J. of Quantum
Elec. vol QE-1 p. 133 juin 1965; "L. B. II" IEEE
J. of Quantum Elec. vol QE-1 p. 199 août 1965;
"L. B. III" IEEE J. of Quantum Ele. vol QE-2 p.124
juin 1966.
- W-1 Winter J. Thèse, Paris (1958) Ann. de Phys. 4 (1959) 745.
- Z-1 Zeeman Royal Acad. Sc. (1897 ?).

